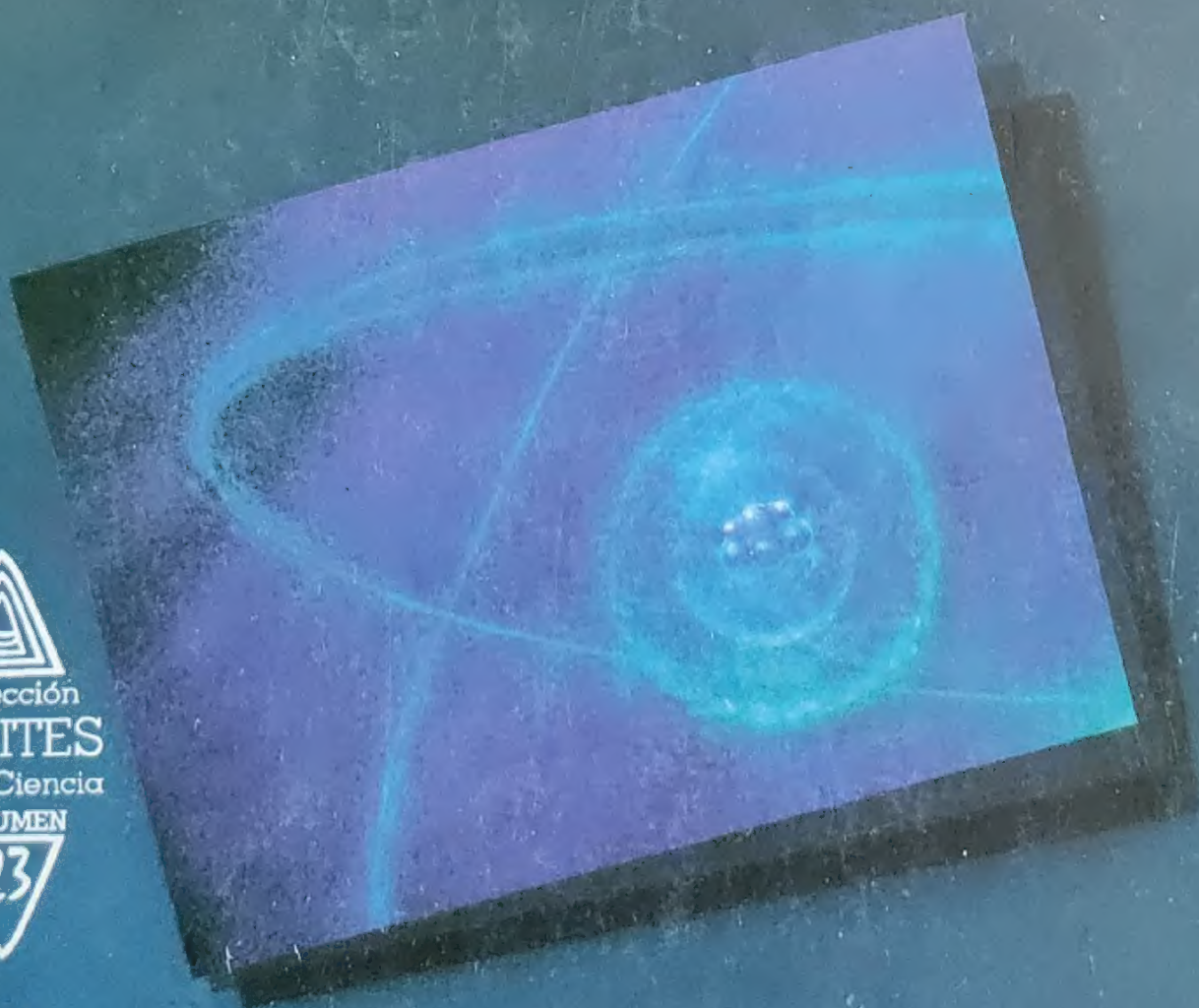


# LAS PARTICULAS ELEMENTALES Y LAS LEYES DE LA FISICA

Por los premios Nobel de Física

R. P. Feynman (1965) y S. Weinberg (1979)



gedisa  
editorial





**Boceto de P. A. M. Dirac, por R. P. Feynman**



Richard P. Feynman  
y Steven Weinberg

---

**LAS PARTÍCULAS ELEMENTALES Y  
LAS LEYES DE LA FÍSICA**



Colección  
**LÍMITES**  
de la  
**CIENCIA**

VOLUMEN





# FISICA Y ASTRONOMIA

**R. P. FEYNMAN**  
**y S. WEINBERG**

**A. SALAM, W. HEISENBERG  
y P. DIRAC** *La unificación de las  
fuerzas fundamentales*

**HEINZ R. PAGELS** *Los sueños de la razón*Y. NE'EMAN E Y. KIRSH *Los cazadores de partículas***MICHEL CROZON** *La materia prima*

**CLIFFORD M. WILL** *¿Tenía razón Einstein?*

**MICHAEL DISNEY** *El universo oculto*

**S. ORTOLI Y** *El cántico de la cuántica*  
**J.-P. PHARABOD**

**L. LESHAN Y H. MARGENAU** *El espacio de Einstein y el cielo de Van Gogh*

# LAS PARTÍCULAS ELEMENTALES Y LAS LEYES DE LA FÍSICA

por

**Richard P. Feynman**

*Premio Nobel de Física (1965)*

**Steven Weinberg**

*Premio Nobel de Física (1979)*

Notas compiladas por  
Richard Mackenzie y Paul Doust

**gedisa**  
editorial

**Titulo del original inglés:**

*Elementary Particles and the Laws of Physics.*

© Cambridge University Press 1987. Published by the Press  
Syndicate of the University of Cambridge, Cambridge,  
England; New York, USA; Melbourne, Australia.

**Traducción:** Carlos Gardini

**Cubierta:** Gustavo Macri

**Primera edición,** Barcelona, España, 1991

**Derechos para todas ediciones en castellano**

© by Editorial Gedisa, S.A.

Muntaner, 460. entlo., 1.ª

Tel. 201 60 00

08006 - Barcelona, España

ISBN: 84-7432-423-8

Depósito legal: B. 44.187-1991

**Impreso en España**

*Printed in Spain*

**Impreso en Libergraf**

Constitució, 19 - 08014 Barcelona

Queda prohibida la reproducción total o parcial por cualquier medio de  
impresión, en forma idéntica, extractada o modificada, en castellano o  
cualquier otro idioma.



## Indice

PREFACIO, por <i>John C. Taylor</i> .....	11
<b>La razón de las antiparticulas,</b> por <i>Richard P. Feynman</i> .....	17
<b>Hacia las leyes finales de la fisica,</b> por <i>Steven Weinberg</i> .....	75



# Prefacio

John C. Taylor  
*Universidad de Cambridge*

不

Paul Dirac fue uno de los mejores físicos de este siglo. El desarrollo de la mecánica cuántica comenzó a principios de siglo, pero fue Dirac quien, en 1925 y 1926, le confirió su forma definitiva, creando una teoría tan coherente como lo había sido la mecánica de Newton.

De inmediato Dirac se propuso conciliar la teoría cuántica con la relatividad especial de Einstein (de 1905). El matrimonio entre estas dos maravillosas teorías, y los frutos de esa unión, han sido tema de constante preocupación en la física fundamental desde 1925 hasta la actualidad. Dirac contribuyó más que nadie a esta empresa crucial, y entre sus aportes se cuenta la predicción de la existencia de la antimateria, en 1930.

Dirac murió en 1984 y el St. John's College de Cambridge (el colegio donde él enseñaba) instituyó generosamente un ciclo anual que se celebraría en la Universidad de Cambridge en memoria del científico. Las dos primeras Conferencias Dirac, publicadas en este libro, son va-

riaciones contrastantes sobre el tema de la unión de la teoría cuántica y la relatividad.

Desde la Segunda Guerra Mundial Richard Feynman hizo más que ningún otro para desarrollar la teoría cuántico-relativista de Dirac y transformarla en un método general y potente para realizar predicciones físicas acerca de las interacciones entre partículas y radiación. Su trabajo complementa notablemente el de Dirac. Su estilo, su modo de practicar la física, ha ejercido vasta influencia. La exposición que publicamos, que comunica el sabor de ese estilo, expone la realidad física que subyace a la predicción de la antimateria realizada por Dirac.

Hasta ahora el máximo logro de la teoría relativista cuántica ha sido, por una parte, la unificación de la electricidad y el magnetismo (ya unificadas por Maxwell hace un siglo) con las fuerzas débiles del deterioro radiactivo, por la otra. Steven Weinberg es uno de los principales autores de esta unificación en trabajos que predijeron la existencia y las propiedades de partículas nuevas (tan pesadas como átomos pesados), que luego se produjeron triunfalmente, con la exactitud de la predicción, en el laboratorio europeo del CERN de Ginebra, en 1983. Esto reflejaba la predicción de Dirac, realizada medio siglo antes, del positrón y su descubrimiento, aunque la energía necesaria para producir un positrón era 100.000 veces inferior.

En su exposición Weinberg muestra en qué medida la teoría cuántica y la relatividad anudan las leyes de la Naturaleza, y reflexiona

acerca de la conciliación de la teoría einsteiniana de la gravitación (de 1915) con la teoría cuántica.

En Cambridge tuvimos la suerte de que estos dos eminentes físicos aceptaran conmemorar a Dirac viniendo a ofrecer aquí sus conferencias. Atrajeron públicos de varios cientos de estudiantes y graduados, algunos de ellos físicos, otros no. Tanto Feynman como Weinberg se han interesado en explicar la física a los legos,\* y esperamos que este volumen interese también a una amplia franja de lectores.

Dirac manifestó su filosofía de la física en la frase: "Las leyes físicas debieran poseer belleza matemática".\*\* Dirac, Feynman y Weinberg han concebido bellas teorías que se han sostenido espectacularmente en pruebas experimentales. Pero los experimentos, fuera del alcance de estas conferencias, son una historia aparte.

John Taylor  
Setiembre de 1987

\* R. P. Feynman, R. B. Leighton y M. Sands: *Lectures in Physics*, vols. 1-3, Addison-Wesley, 1963.

R. P. Feynman: *QED*, Princeton University Press, 1985.

S. Weinberg: *The First Three Minutes*, Fontana, 1978 (publicado en 1977 por Deutsch).

S. Weinberg: *The Discovery of Subatomic Particles*, Scientific American Library, 1983.

\*\* Véase R. H. Dalitz y R. Peterls, en *Biographical Memoirs of Fellows of the Royal Society*, vol. 32, págs. 137-86, Royal Society, 1986.



不

# La razón de las antipartículas

Richard P. Feynman

111

El título de esta exposición es algo incompleto, pues en realidad deseo hablar de dos temas: primero, por qué hay antipartículas, segundo, la conexión entre el "espín" — el giro de las partículas sobre su eje— y la estadística. Cuando yo era joven, Dirac era mi héroe. El abrió una brecha, creó un nuevo método de practicar la física. Tuvo el coraje de simplemente conjeturar la forma de una ecuación, la ecuación que ahora llamamos ecuación de Dirac, y tratar de interpretarla después. En sus tiempos Maxwell logró sus ecuaciones, pero sólo en una enorme masa de "ruedas de engranaje" y demás.

Me siento muy honrado de estar aquí. Tuve que aceptar la invitación, pues a fin de cuentas él era mi héroe y es maravilloso encontrarme dando una conferencia en su honor.



Paul Dirac

Richard Feynman

Con su ecuación relativista para el electrón, Dirac fue el primero en celebrar, como él decía, las bodas de la mecánica cuántica y la relatividad. Al principio él pensaba que el espín, o el impulso angular intrínseco que exigía la ecuación, era la clave y que el espín era la consecuencia fundamental de la mecánica cuántica relativista. Sin embargo, cuando se resolvió el enigma de las energías negativas que presentaba la ecuación, mostró que la idea crucial necesaria para celebrar las bodas de la mecánica cuántica y la relatividad era la existencia de antipartículas. Una vez que se tiene esa idea, se puede efectuar para cualquier espín, como demostraron Pauli y Weisskopf, y por tanto quiero comenzar del modo inverso y tratar de explicar por qué tiene que haber antipartículas si uno trata de unir la mecánica cuántica con la relatividad.

Trabajar en esta línea nos permitirá explicar otro de los grandes misterios del mundo, el principio de exclusión de Pauli. El principio de exclusión de Pauli dice que si uno toma la función ondulatoria de un par de partículas de espín  $1/2$  y luego intercambia las dos partículas, para obtener la nueva función ondulatoria a partir de la vieja, hay que poner un signo menos. Es fácil demostrar que si la naturaleza no fuera relativista, si las cosas comenzaran así, entonces sería así todo el tiempo, y así el problema se remontaría a la Creación misma, y sólo Dios sabe cómo se hizo. Sin embargo, con la existencia de antipartículas, la producción por pares de una partícula con su antipartícula se vuelve posible, por ejemplo, con los electrones y positrones. Ahora el misterio es: si producimos un electrón y un positrón, ¿por qué el nuevo electrón recién hecho tiene que ser antisimétrico respecto de los electrones que ya existían? Es decir, ¿por qué no se produce en el mismo estado de uno de los otros que ya estaban allí? Por ende, la existencia de partículas y antipartículas nos permite hacer una sencilla pregunta: si yo hago dos pares de electrones y positrones y comparo las amplitudes para cuando ellos se aniquilan directamente o para cuando ellos se intercambian antes de la aniquilación, ¿por qué hay un signo menos?

Todas estas cosas se han resuelto tiempo atrás de una manera bella que es muy sencilla, en el espíritu de Dirac, con muchos símbolos y operadores. Regresaré a las "ruedas de engra-

naje" de Maxwell y trataré de explicar del mejor modo posible un modo de examinar estas cosas para que no parezcan tan enigmáticas. No añadiré nada a lo que ya se sabe; lo que sigue es una mera exposición. Veamos pues cómo funcionan las cosas. Primero, por qué tiene que haber antipartículas.

### La relatividad y las antipartículas

En la mecánica cuántica no relativista, si uno tiene un perturbador potencial  $U$  actuando sobre una partícula que está inicialmente en un estado  $\phi_0$ , el estado será diferente después de la perturbación. Hasta un factor de fase y tomando  $\hbar = 1$ , la amplitud que terminará en un estado  $\chi$  está dada por la proyección de  $\chi$  en  $U \phi_0$ . De hecho, tenemos:

$$\text{Amp}_{\phi_0 \rightarrow \chi} = -i \int d^3x \chi^* U \phi_0 = -i \langle \chi | U | \phi_0 \rangle. \quad (1)$$

La expresión  $\langle \chi | U | \phi_0 \rangle$  es la elegante notación de Dirac para las amplitudes, aunque no la usaré mucho aquí. Sin embargo, supondré que esta fórmula es verdadera cuando vayamos a la mecánica cuántica relativista.

Supongamos ahora que hay dos perturbaciones, una en un tiempo  $t_1$  y otra en un tiempo  $t_2$ , y que nos gustaría saber cuál es la amplitud para la segunda perturbación y restaurar la partícula a su estado original  $\phi_0$ . Llamemos a la



primera perturbación  $U_1$  en tiempo  $t_1$ , y a la segunda  $U_2$  en tiempo  $t_2$ . Necesitaremos expresar las sucesivas operaciones de: la perturbación  $U_1$ , la evolución desde el tiempo  $t_1$  hasta el  $t_2$ , y la perturbación  $U_2$ . Haremos esto usando la teoría de la perturbación. Desde luego, lo más simple que podría ocurrir es que fuéramos directamente de  $\phi_0$  a  $\phi_0$ , con una amplitud  $\langle \phi_0 | \phi_0 \rangle = 1$ . Este es el término de orden principal de la expansión de la perturbación. Es el que sigue al término de orden principal que se corresponde con la perturbación  $U_1$ , que pone al estado  $\phi_0$  en un estado intermedio  $\psi_m$  de energía  $E_m$  que dura un tiempo  $(t_2 - t_1)$ , antes que la otra perturbación  $U_2$  se convierta de nuevo en  $\phi_0$ . Se deben sumar todos los estados posibles intermedios. La amplitud total del estado  $\phi_0$  que terminará en el mismo estado  $\phi_0$  es pues:

$$\text{Amp}_{\phi_0 \rightarrow \phi_0} = 1 - \sum_m \langle \phi_0 | U_2(x_2) | \psi_m \rangle \\ \times \exp(-i E_m(t_2 - t_1)) \langle \psi_m | U_1(x_1) | \phi_0 \rangle. \quad (2)$$

(Dí por sentado, por razones de simplicidad, que no hay una amplitud de primer orden que vaya de  $\phi_0$  a  $\phi_0$ ; es decir, que  $\langle \phi_0 | U_1 | \phi_0 \rangle = 0$  y  $\langle \phi_0 | U_2 | \phi_0 \rangle$ . Si usamos ondas planas para los estados intermedios  $\psi_m$  y expandimos las amplitudes  $\langle \phi_0 | U_2 | \psi_m \rangle$  y  $\langle \psi_m | U_1 | \phi_0 \rangle$ , vemos que

$$\begin{aligned} \text{Amp}_{\phi_0 \rightarrow \phi_0} = 1 - \int d^3 \mathbf{x}_1 d^3 \mathbf{x}_2 \int \frac{d^3 \mathbf{p}}{(2\pi)^3 2E_p} b^*(\mathbf{x}_2) \\ \times \exp \left\{ -i \left[ E_p(t_2 - t_1) \right. \right. \\ \left. \left. - \mathbf{p} \cdot (\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1) \right] \right\} a(\mathbf{x}_1). \quad (3) \end{aligned}$$

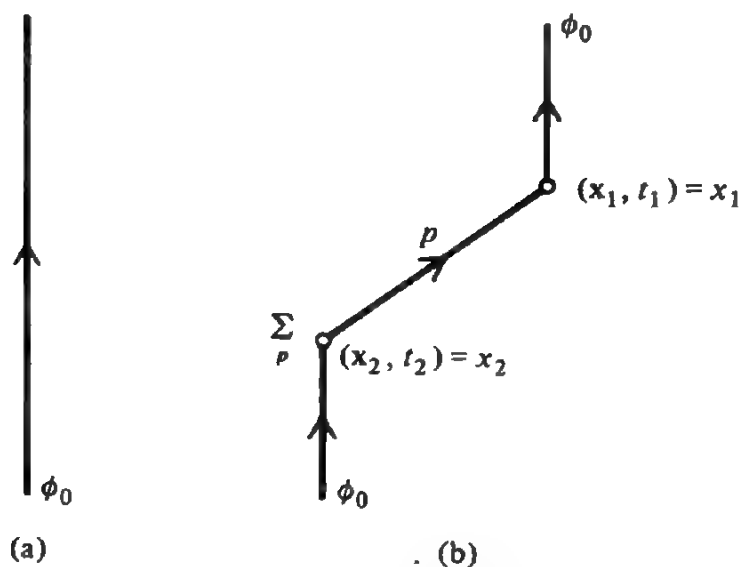
Aquí

$$a(\mathbf{x}_1) = U_1(\mathbf{x}_1) \phi_0(\mathbf{x}_1) \sqrt{2E_p},$$

$$b(\mathbf{x}_2) = U_2(\mathbf{x}_2) \phi_0(\mathbf{x}_2) \sqrt{2E_p},$$

y  $E_p = \sqrt{p^2 + m^2}$  para una partícula de masa  $m$ . Estos factores  $E_p$  están dispuestos para que las propiedades relativistas sean más manifiestas, pues  $d^3 \mathbf{p} / (2\pi)^3 2E_p$  es una densidad invariable de impulso (cantidad de movimiento). El proceso se puede describir pictóricamente, como en la Figura 1.

Estudiaremos algunos casos especiales de la fórmula citada. Examinaré unos ejemplos muy sencillos y luego iré hacia algo más general. Espero lograr que se entiendan los ejemplos simples, porque en tal caso las generalidades resultarán comprensibles de inmediato. Al menos, así entiendo yo las cosas.



**Figura 1.** Representación diagramática de dos aportes a la amplitud para la transición  $\phi_0 \rightarrow \phi_0$ . (a) Directa; (b) indirecta.

En la amplitud indirecta la partícula está diseminada de  $\mathbf{x}_1$  a  $\mathbf{x}_2$  y los estados intermedios son partículas con impulso  $\mathbf{p}$  y energía  $E_p$ . Supondremos una cosa: que todas las energías son positivas. Si las energías fueran negativas, podríamos resolver todos nuestros problemas de energía arrojando partículas a este pozo de energía negativo y haciendo funcionar el mundo con la energía extra.

Ahora, he aquí una sorpresa: si evaluamos la amplitud de cualquier  $a(\mathbf{x}_1)$  y  $b(\mathbf{x}_2)$  [incluso podríamos hacer que  $a(\mathbf{x}_1)$  y  $b(\mathbf{x}_2)$  dependieran de  $\mathbf{p}$ ], encontramos que no puede ser cero cuando  $\mathbf{x}_2$  está fuera del cono de luz de  $\mathbf{x}_1$ . Esto

es muy sorprendente: si comenzamos una serie de ondas desde un punto particular, no se pueden confinar dentro del cono de luz si todas las energías son positivas. Esto resulta del siguiente teorema matemático:

Si una función  $f(t)$  se puede descomponer, siguiendo un análisis de Fourier, sólo en frecuencias positivas, es decir, si se puede escribir

$$f(t) = \int_0^{\infty} e^{-i\omega t} F(\omega) d\omega, \quad (4)$$

entonces  $f$  no puede ser cero para ningún alcance finito de  $t$ , a menos que trivialmente sea cero por todas partes. La validez de este teorema depende de que  $F(\omega)$  satisfaga ciertas propiedades, cuyos detalles preferiría evitar.

Tal vez ustedes estén sorprendidos de este teorema porque ustedes saben que pueden tomar una función que sea cero sobre un alcance finito y someterla a un análisis de Fourier, pero entonces se obtienen frecuencias positivas y negativas. Aquí insisto en que las frecuencias sean sólo positivas.

Para aplicar este teorema a nuestro caso, fijamos  $\mathbf{x}_1$  y  $\mathbf{x}_2$  y reescribimos la integral  $\mathbf{p}$  en términos de la variable  $\omega = E_p$ . La integral es luego de la forma (4) con  $F(\omega)$  cero para  $\omega < m$ ;  $F(\omega)$  dependerá de  $\mathbf{x}_1$  y  $\mathbf{x}_2$ . El teorema se aplica directamente: vemos que la amplitud no puede ser cero para ningún intervalo finito de tiempo. En particular, no puede ser cero fuera del cono

de luz de  $\mathbf{x}_1$ . En otras palabras, hay una amplitud para que las partículas viajen a mayor velocidad que la luz y ninguna forma de superposición (con energías sólo positivas) puede eludir eso.

Por ende, si  $t_2$  es posterior a  $t_1$ , tenemos aportes a la amplitud dados por partículas que viajan a mayor velocidad que la luz, para las cuales  $\mathbf{x}_1$  y  $\mathbf{x}_2$  están separadas por un intervalo "de tipo espacial".

Ahora bien, con una separación de tipo espacial, el orden de ocurrencia de  $U_1$  y  $U_2$  depende del marco: si examinamos el evento desde un marco que se desplace a suficiente velocidad en relación con el marco original,  $t_2$  es anterior a  $t_1$  (Figura 2).

¿Cómo se ve este proceso desde el nuevo marco? Antes del tiempo  $t'_2$ , tenemos una partícula que viaja felizmente, pero en el tiempo  $t'_2$  ocurre algo aparentemente misterioso: en el punto  $\mathbf{x}_2$ , una distancia finita respecto de la partícula original, la perturbación crea un par de partículas, una de las cuales aparentemente retrocede en el tiempo. En el tiempo  $t'_1$ , la partícula original y la que retrocede en el tiempo desaparecen. Así, los requerimientos de las energías positivas y la relatividad nos obligan a permitir la creación y la aniquilación de pares de partículas, una de las cuales retrocede en el tiempo. La interpretación física de una partícula que retrocede en el tiempo es fácil de apreciar si temporalmente otorgamos una carga a nuestra partícula. En la Figura 2b, la partícula

viaja de  $x_1$  a  $x_2$ , llevando, por ejemplo, una carga positiva de  $x_1$  a  $x_2$ , pero como  $x_2$  acontece primero, se ve como una carga negativa que fluye de  $x_2$  a  $x_1$ .

En otras palabras, *tiene que haber antipartículas*. De hecho, a causa de esta dependencia respecto del marco de la secuencia de eventos, podemos decir que la partícula virtual de un hombre es la antipartícula virtual de otro.

Para sintetizar la situación, podemos hacer las siguientes formulaciones:

(1) Las antipartículas y la producción y destrucción de pares deben existir.

(2) La conducta de las antipartículas está totalmente determinada por la conducta de las partículas.

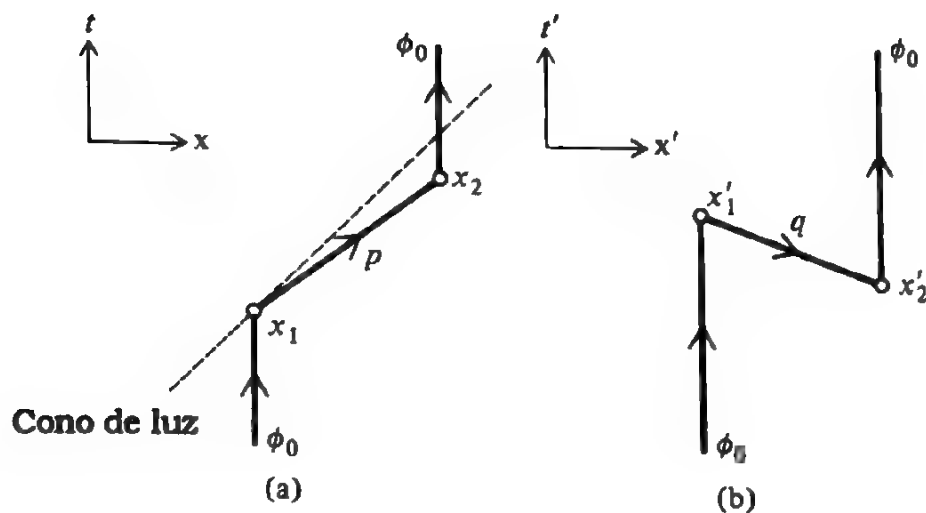


Figura 2. El mismo proceso visto desde dos marcos. (a) Marco original ( $t_2 > t_1$ ); (b) marco móvil ( $t'_2 > t'_1$ ).

Luego trataremos en detalle el segundo punto; por ahora, que baste lo siguiente. Si invirtiéramos el signo de  $x$ ,  $y$ ,  $z$  y  $t$ , una partícula que inicialmente avanzara en el tiempo se encontraría retrocediendo en el tiempo. Si definimos  $P$  como el operador de paridad que cambia el signo de las tres direcciones espaciales,  $T$  como la operación de inversión temporal que cambia la dirección del flujo del tiempo y  $C$  como la conjugación de carga que convierte las partículas en antipartículas y viceversa, luego operar en un estado con  $P$  y  $T$  es lo mismo que operar en el estado con  $C$ , es decir  $PT = C$ .

### **Partículas de espín cero y estadísticas de Bose**

A continuación me gustaría estudiar el tamaño de las amplitudes de diversos procesos. Esto nos conducirá en una nueva dirección donde obtendremos una pista sobre nuestro segundo tema, la conexión entre espín y estadística. La idea central es que si partimos de cualquier estado y actuamos sobre él con cualquier conjunto de perturbaciones, las probabilidades de terminar en todos los estados finales posibles deben sumar uno.

Primero examinaremos un ejemplo no relativista y luego lo compararemos con el caso relativista. Supongamos que hay una partícula que inicialmente está en un estado  $\phi_0$  y que luego es influida por una perturbación. Buscamos



la probabilidad de estar en un estado final dado, calculado en la teoría de las perturbaciones. La amplitud de la partícula en  $\phi_0$  después de la perturbación está dada por (3); a partir de aquí, la probabilidad de no hacer nada es

$$\begin{aligned} \text{Prob}_{\phi_0 \rightarrow \phi_0} &= 1 - 2 \text{Re} \int d^3x_1 d^3x_2 \\ &\times \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3 2E_p} b^*(x_2) \\ &\times \exp\left\{-i\left[E_p(t_2 - t_1) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \mathbf{p} \cdot (\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1)\right]\right\} a(x_1), \quad (5) \end{aligned}$$

usando

$$|1 + \alpha|^2 = 1 + \alpha + \alpha^* + \dots = 1 + 2 \text{Re} \alpha + \dots$$

La amplitud de la partícula en el estado  $\psi_p$  después de la perturbación es

$$\text{Amp}_{\phi_0 \rightarrow p} = -i \int d^3x \psi_p^*(x) U(x) \phi_0(x). \quad (6)$$

Nótese que en  $\text{Amp}(\phi_0 \rightarrow \phi_0)$  mantuvimos términos del orden  $U^0$  y  $U^2$  e ignoramos términos de orden más elevado. Aquí tenemos sólo un término de orden  $U^1$  e ignoramos términos del orden  $U^2$  y más elevados para obtener  $\text{Prob}(\phi_0 \rightarrow p)$  para el orden  $U^2$ . La probabilidad es

$$\text{Prob}_{\phi_0 \rightarrow p} = \left| -i \int d^3x \psi_p^*(x) U(x) \phi_0(x) \right|^2. \quad (7)$$

La probabilidad total debe ser 1:

$$\text{Prob}_{\phi_0 \rightarrow \phi_0} + \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3 2E_p} \text{Prob}_{\phi_0 \rightarrow p} = 1. \quad (8)$$

A partir de esto, obtenemos una relación entre los dos procesos, el proceso de diseminar en otro estado y el proceso de diseminar dos veces terminando en el estado original. La Figura 3 muestra esto en un diagrama. No es demasiado trabajo demostrar que la relación

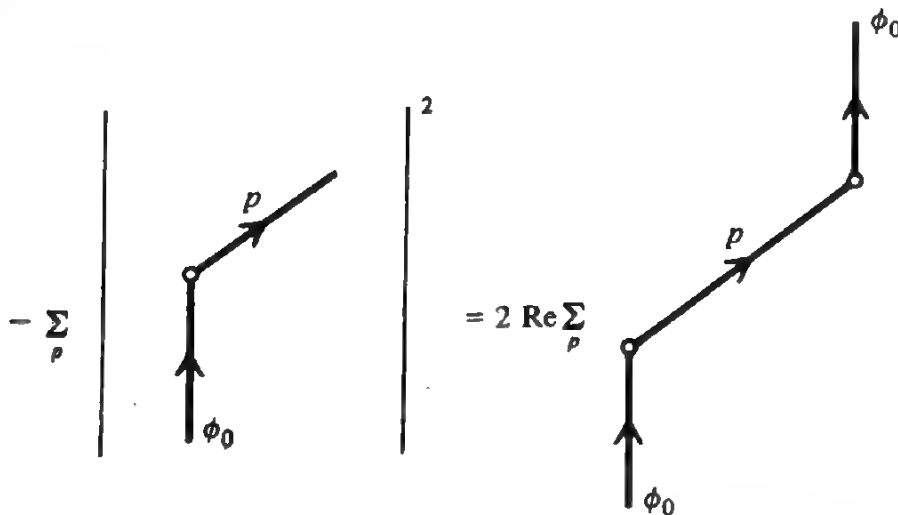


Figura 3. Una identidad diagramática que debe ser verdadera para que la probabilidad total sea uno.

queda satisfecha para un potencial arbitrario  $U(\mathbf{x}, t)$ .

Pasemos al caso relativista, para espín cero. Ahora tenemos un problema. Además de los diagramas mostrados, tenemos que dejar margen para que el estadio intermedio pueda ser una antipartícula; en otras palabras, debemos añadir un diagrama como la Figura 2b. A la probabilidad total debemos sumar dos veces la parte real de este diagrama. Tenemos que hallar algo más que cancele el aporte a la probabilidad total de este nuevo diagrama para que la probabilidad total permanezca uno.

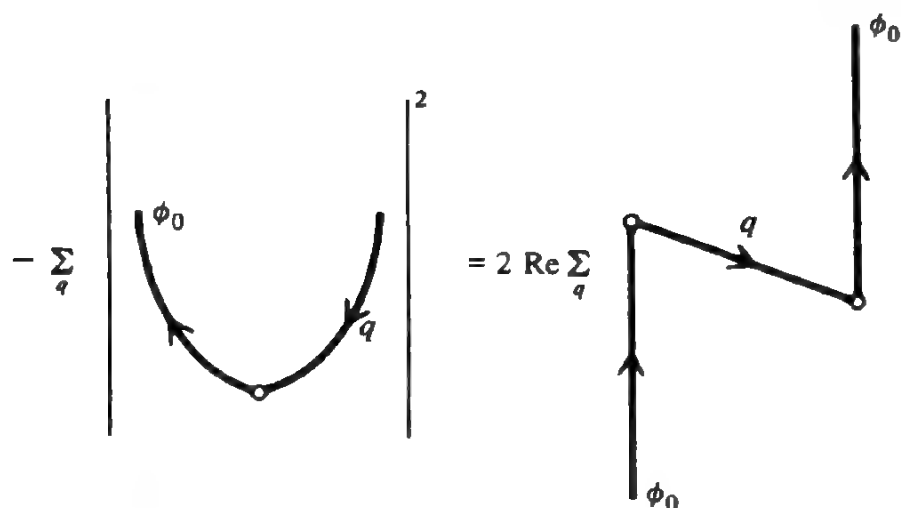


Figura 4. Una identidad diagramática para partículas de espín cero, involucrando antipartículas.

Una clave del misterio es que ahora podemos hacer una observación, mostrada en la Figura 4, que es análoga a la Figura 3. No se su-

pone que esta relación sea evidente, pero si calculamos las dos amplitudes hallamos que es verdadera.

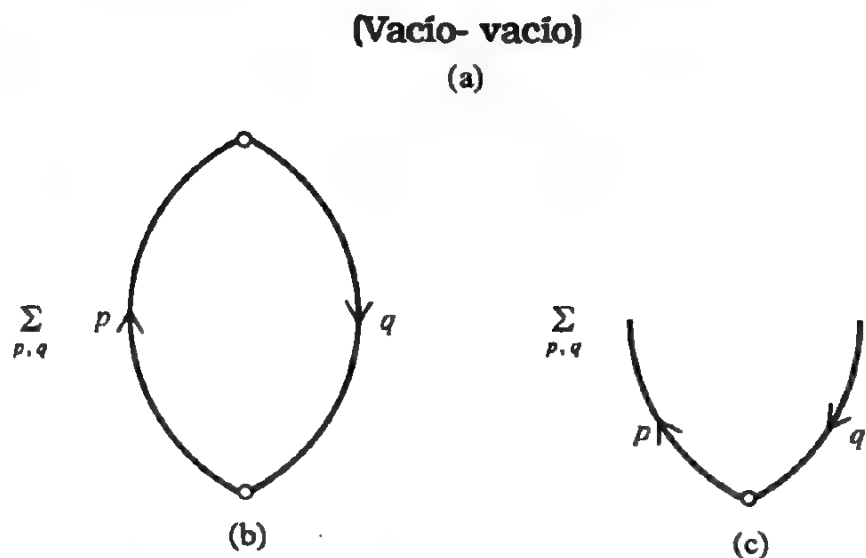
El nuevo diagrama, en el lado izquierdo de la Figura 4, impuesto por la relatividad, está relacionado con el diagrama donde se crea un par, con la partícula en estado  $\phi_0$ . Nótese que hace un aporte negativo a la probabilidad total. Además, si pudiéramos introducir el diagrama de la izquierda de la Figura 4 en el cálculo de la probabilidad total, la probabilidad total resultaría ser uno y tendríamos el problema resuelto.

Sin embargo, la mera inclusión de este diagrama no tiene sentido, por un par de razones. Primero, el diagrama del lado izquierdo de la Figura 4 parte de un estado inicial diferente (el vacío, en vez de  $\phi_0$ ); segundo, no parece haber razones para restringirnos a la creación de pares con la partícula en estado  $\phi_0$ , pues cualquier estado es posible. Obtenemos la respuesta correcta, pero por una razón incorrecta.

Lo que he dicho hasta ahora es la verdad, pero no toda la verdad. Hemos omitido varios diagramas, y al unirlos todo obtendremos un importante rasgo de las estadísticas de Bose: que cuando una partícula está en cierto estado, la probabilidad de producir otra partícula en ese estado *aumenta*.

Retrocedamos un paso: en vez de comenzar con una partícula en  $\phi_0$  comencemos en el vacío  $V$  (es decir, el estado de no-partícula), y examinemos nuestra familiar idea de que la probabilidad total debe sumar uno. En el caso no relati-

vista esto habría sido un ejercicio trivial: comenzando con no-partículas, nada podría ocurrir, y la probabilidad de que nada ocurriera sería uno. En el caso relativista, en cambio, hemos visto que se debe incluir la creación y aniquilación de pares. A causa de esto, la perturbación puede crear y aniquilar pares de partículas. No es difícil ver que, para el orden más bajo en la teoría de la perturbación, tres diagramas son importantes, como lo muestra la Figura 5. El primer diagrama representa que no ocurre nada; el vacío sigue siendo vacío a través de la perturbación. El segundo diagrama es una suma de vacío con procesos de vacío, sumados sobre todas las partículas intermedias posibles. En el tercer diagrama se produce un par.



**Figura 5.** Procesos que comienzan en el "estado de no-partícula", es decir, el vacío.

Como de costumbre, la probabilidad total de que algo ocurra es uno. En términos del diagrama de la Figura 5,

$$1 = |5a + 5b + \dots|^2 + |5c + \dots|^2 + \dots,$$

que nos da la relación indicada en la Figura 6.

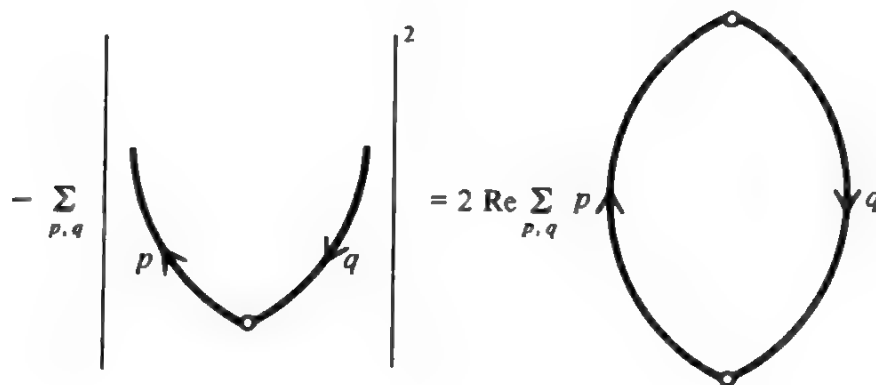


Figura 6. Una identidad diagramática donde el estado inicial es el vacío.

Regresando a los procesos donde inicialmente tenemos una partícula en estado  $\phi_0$ , debemos incluir la creación y aniquilación de pares. Obtenemos un total de seis diagramas, como lo muestra la Figura 7. Los primeros cuatro restauran el sistema a su estado original, y los dos restantes alteran el estado del sistema.

Hemos visto, en el caso no relativista, que las probabilidades de las Figuras 7b y 7e se cancelan (véase la Figura 3), así que las de las Figuras 7c, 7d y 7e también se deben cancelar.

A primera vista, comparando estos diagramas con los de la Figura 5, parece que las Figuras 7d y 7f también se cancelaran como ocurría en las Figuras 5b y 5c, pues difieren sólo por una partícula "espectadora" que es irrelevante (o así pareciera). Entonces nos quedaría la Figura 7c, que es el problema con el cual nos topamos inmediatamente cuando iniciamos el caso relativista: ¿qué es aquello que cancela este aporte a la probabilidad?

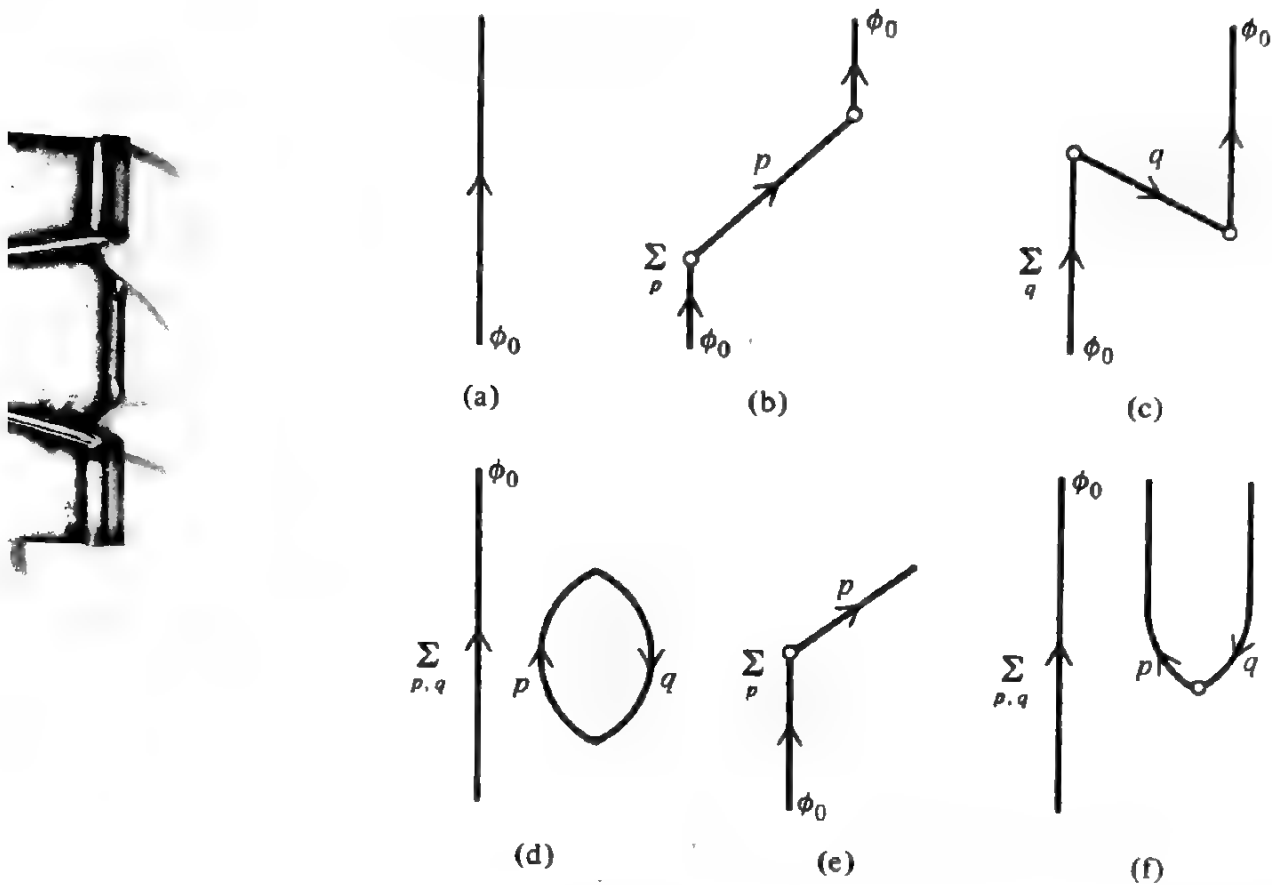


Figura 7. Diagramas que comienzan con una partícula en el estado  $\phi_0$ .



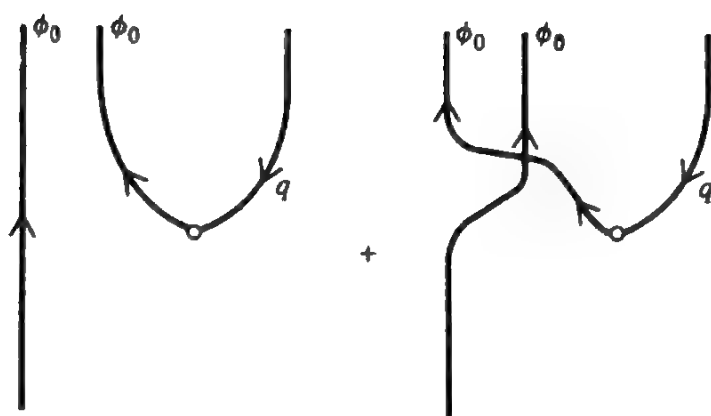


Figura 8. Uno de los diagramas de la Figura 7f, con el diagrama de intercambio.

La resolución es bonita y sutil: la “espectadora” de la Figura 7c dista de ser irrelevante. Consideremos el caso especial de la Figura 7f, donde el estado  $p$  es el estado inicial  $\phi_0$ . Entonces tenemos inicialmente una partícula en el estado  $\phi_0$ , y finalmente dos partículas en este estado y una antipartícula en el estado  $q$ . ¿Cómo podemos estar seguros de cuál de las partículas finales es la inicial, y cuál nació de la creación de pares? La respuesta es que no podemos. En otras palabras, tenemos que incluir un diagrama adicional; la Figura 8 muestra uno de los diagramas que contribuyen a la Figura 7f, además de mostrar este diagrama de “intercambio”.

Esta posibilidad de intercambio es la que nos resuelve el problema. Los dos diagramas de la Figura 8 interfieren constructivamente, y esta contribución extra a la probabilidad total

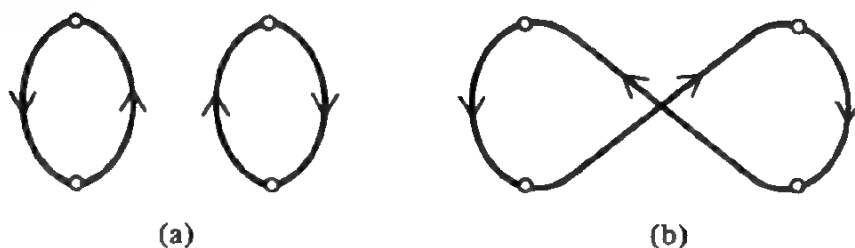
cancela la contribución negativa (véase la Figura 4) de la Figura 7c.

Resumiré la situación. Hemos añadido algunos diagramas adicionales para explicar el hecho de que la producción de pares puede ocurrir; en particular, hemos tenido que añadir el diagrama de la Figura 7c. Descubrimos que cuando tratamos de revisar la suma de probabilidades, este diagrama (Figura 7c) hace una contribución negativa a la probabilidad total, lo cual debe cancelar algo. Lo que se cancela es una probabilidad adicional de producir – en presencia de una partícula “espectadora” – el par partícula-antipartícula donde la partícula recién producida está en el mismo estado de la “espectadora”.

Esta probabilidad aumentada es un resultado muy profundo e importante. Indica que la mera presencia de una partícula en un estado dado duplica la probabilidad de producir un par cuyas partículas están en ese mismo estado. Si inicialmente hay  $n$  partículas en ese estado, la probabilidad aumenta por un factor de  $n + 1$ . Esto es obviamente muy importante. Es un rasgo clave de las estadísticas de Bose, que entre otras cosas hace funcionar el láser.

Como otro ejemplo, examinemos algunos diagramas vacío-vacío de mayor orden. Supongamos que el potencial de perturbación actúa cuatro veces, produciendo y aniquilando dos pares partícula-antipartícula, como en la Figura 9a. Ahora supongamos que comparamos eso con lo que ocurriría si produjéramos los pares y

cada partícula no se aniquilara con la antipartícula con la cual fue creada, sino con la otra antipartícula. Obtendríamos un diagrama como la Figura 9b. Estas dos amplitudes se suman para hacer una contribución a la amplitud vacío-vacío. Es muy simple y constituye la estadística de Bose.



*Figura 9.* (a) Dos producciones de pares sin intercambio. (b) Dos producciones de pares con un intercambio.

En rigor, la estadística de Bose no es tan misteriosa. El hecho de que se deba sumar la amplitud cuando dos partículas idénticas que van de  $A, B$  a  $A', B'$  llegan  $A$  a  $B'$  y  $B$  a  $A'$  en vez de  $A$  a  $A'$  y  $B$  a  $B'$  parece muy natural, pues parece ser sólo un caso especial del principio general de la mecánica cuántica: si un proceso puede ocurrir en más de un modo alternativo, añadimos una amplitud para cada modo. Una

vez más, si las partículas surgen de la cuantización de un campo clásico (como el campo electromagnético o el campo de vibración de un cristal), el principio de correspondencia requiere partículas de Bose para que las correlaciones de intensidad sean correctas, tal como en el Efecto Hanbury Brown Twiss.\* Con mayor sencillez, los osciladores armónicos de campo, cuando se cuantifican, automáticamente implican una representación de partículas de Bose.

Luego descubriremos que para los fermiones, partículas con espín semientero, surgen inesperados signos menos. En el caso de la Figura 9, por ejemplo, cada rizo da a la amplitud un signo menos. Por lo tanto la Figura 9a tiene dos signos menos, mientras que la Figura 9b (que tiene un solo rizo) tiene un signo menos, así que las amplitudes se sustraen y tenemos estadísticas Fermi. Deberemos entender por qué con espín  $1/2$  hay un signo menos para cada rizo. La clave es que hay rotaciones implícitas de  $360^\circ$ , como veremos.

### **La relación entre la conducta de partículas y antipartículas**

Antes de hablar de los fermiones, me gustaría volver a explicar con más detalle la relación

\* R. P. Feynman, *Theory of Fundamental Processes*, W. A. Benjamin, 1962, págs. 4-6.

entre la conducta de las partículas y la conducta de las antipartículas. Desde luego, la conducta de las antipartículas está totalmente determinada por la conducta de las partículas. Analizaré esto con más cuidado en el sencillo caso del espín cero y los potenciales de escala  $U$ . Hemos visto que para  $t_2 > t_1$  la amplitud para que una partícula libre de masa  $m$  vaya de  $\mathbf{x}_1$  a  $\mathbf{x}_2$  es

$$F(2, 1) = \int \frac{d^3 \mathbf{p}}{(2\pi)^3 2E_p} \times \exp \left\{ -i \left[ E_p(t_2 - t_1) - \mathbf{p} \cdot (\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1) \right] \right\}. \quad (9)$$

Esta fórmula es relativistamente covariante, así que para espín cero podemos tomar la constante  $a, b$  de (5). Queremos saber cuál es la amplitud para  $t_2 < t_1$ .

Para  $t_2 < t_1$  y la separación de tipo espacial, la respuesta es fácil: la amplitud todavía es  $F(2, 1)$ . Esto es porque sabemos que  $F(2, 1)$  es correcto en la región de tipo espacial para  $t_2 > t_1$ , pero si miramos ese proceso en un marco diferente, siempre debe ser de tipo espacial pero podemos tener  $t_2 < t_1$ . En ese marco tendríamos la misma amplitud — no puede depender del marco en que estemos— y cuando in-

tentamos escribir  $F(2,1)$  en términos de las coordenadas transformadas del marco obtenemos la misma fórmula porque  $F(2,1)$  es relativistamente covariante. Así  $F(2,1)$  es la fórmula correcta para la amplitud, sea en el cono de luz en avance o en la región de tipo espacial. ¿Qué ocurre con el cono de luz en retroceso?

La otra información que necesitamos es que para  $t_2 < t_1$  aún estamos propagando sólo energías positivas. En consecuencia, en esta región tenemos que poder escribir la amplitud en la forma

$$G(2,1) = \int_0^{\infty} e^{+i\omega(t_2-t_1)} \chi(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \omega) d\omega, \quad (10)$$

donde  $\chi$  es una función que deseamos determinar. La razón para el cambio de signo en la exponencial es la siguiente. Estamos creando ondas en  $\mathbf{x}_1$ , que contiene sólo energías positivas de frecuencias mientras abandonamos la fuente. En otras palabras, la dependencia temporal debe ser  $\exp(-i\omega\Delta t)$  con  $\omega > 0$ . Aquí  $\Delta t$  es el tiempo de alejamiento de la fuente, que debe ser positivo. Para  $t_2 > t_1$  las ondas han existido por un tiempo  $\Delta t = t_2 - t_1$ ; para  $t_2 < t_1$  las ondas han existido por un tiempo  $\Delta t = t_1 - t_2$ .

Así que para  $t_2 < t_1$ , sea en el pasado cono de luz o en la región de tipo espacial, debemos ser capaces de escribir la amplitud en la forma

de (10). Esto significa que cuando  $t_2 < t_1$  en la región espacial, podríamos usar (9) o (10) para obtener la amplitud. Esto determinará  $G$  en la región, y luego se extrapolará singularmente para toda  $t_2 < t_1$ .

Para  $t_2 < t_1$  y  $\mathbf{x}_1$  y  $\mathbf{x}_2$  con separación tipo espacial, tenemos una expresión (9) que es la suma de las frecuencias negativas. La pregunta es si también podemos expresarla como una función de las frecuencias positivas únicamente. Comúnmente no es posible. Es magia, pero para esta función particular, que es relativistamente invariante, es posible. Demostraré por qué.

Primero, para que  $t_1 = t_2$ ,  $F(2,1)$  es real. En ese caso la exponencial es sólo  $\exp[i\mathbf{p} \cdot (\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1)]$  y la parte imaginaria es una función impar integrada en un dominio par, que es cero. Pero si  $F$  es real para  $t_1 = t_2$ , entonces debe ser real para cualquier  $t_1$  y  $t_2$  con separación espacial por invariancia relativista: un observador móvil podría calcular la misma amplitud real, pero para él  $t_2 \neq t_1$ . Como es real, es igual a su conjugado complejo, que tiene la dependencia temporal de signo opuesto. Así que una solución para  $G(2,1)$  es el conjugado complejo de  $F(2,1)$ :

$$G(2,1) = \int \frac{d^3\mathbf{p}}{(2\pi)^3 2E_p} \times \exp\left\{+i\left[E_p(t_2 - t_1) - \mathbf{p} \cdot (\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1)\right]\right\}. \quad (11)$$

Esto tiene la forma correcta: propaga sólo energías positivas. Esta debe ser la singular solución, pues ninguna función de tipo (10) puede diferir de esto sólo en el cono de luz en retroceso, según el teorema (4). Así que si  $t_2$  está por encima de  $t_1$  en el cono de luz en avance, la respuesta es la ecuación (9); si  $t_2$  está por debajo de  $t_1$  en el cono de luz en retroceso, la respuesta es la ecuación (11); y en la región intermedia donde  $t_1$  y  $t_2$  están separados espacialmente la respuesta es (9) u (11): ¡son iguales!

Comenzamos sabiendo algo en una región del espaciotiempo y, con sólo suponer que es relativistamente invariante, pudimos deducir lo que ocurre en todo el espaciotiempo. Eso no es tan misterioso. Si supiéramos algo en una sola región de un espacio euclidiano tetradimensional, pero conociéramos sus propiedades de transformación rotativa (en nuestro ejemplo, la función es invariante) podríamos rotar nuestra región en cualquier dirección y observar cómo las cosas cambian de un modo bien definido; entonces podríamos deducir cosas sobre todo nuestro espacio tetradimensional euclidiano. Aquí tenemos un espaciotiempo tetradimensional de Minkowski,  $x$ ,  $y$ ,  $z$  y  $t$ , que es un poco diferente, pero no tanto: aún podemos hacerlo. La dificultad con el espacio de Minkowski es que hay una especie de tierra de nadie donde  $t_2$  está fuera del cono de luz de  $t_1$ : las transformaciones Lorentz no pueden moverse a través de allí. Pero hemos obtenido la continuación correcta a través de esta región de tipo espacial porque



suponer que las energías son siempre positivas limita la solución. En otras palabras, esta operación *PT* que cambia el signo de todo es en realidad una transformación relativista o, mejor dicho, una transformación Lorentz, extendida a través de esa región espacial mediante la exigencia de que la energía sea superior a cero. Así, no es tan misterioso que la invariancia relativista haga funcionar todo.

### **Espín $1/2$ y estadísticas de Fermi**

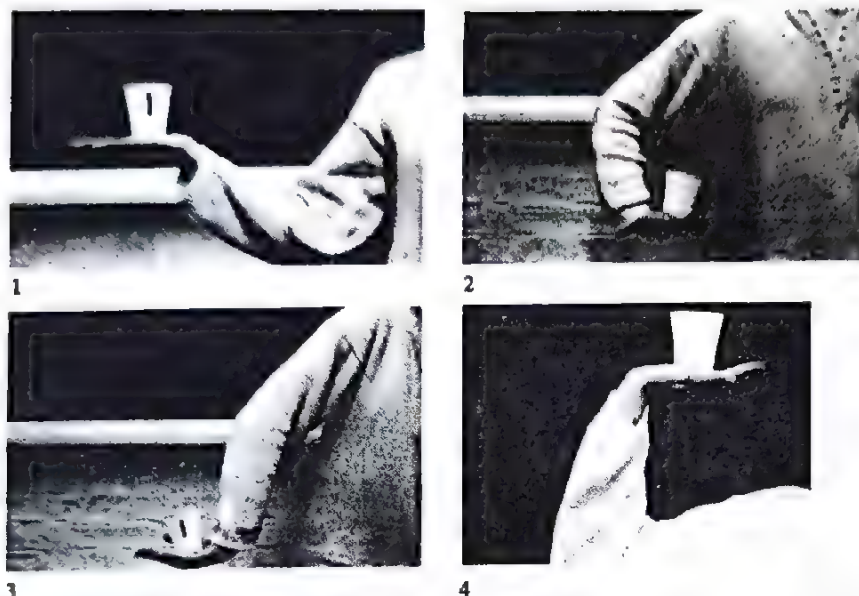
Eso era espín cero, y ahora me gustaría ver qué pasa con espín  $1/2$ . Si tenemos un estado de espín  $1/2$  y lo rotamos alrededor del eje  $z$  por un ángulo  $\theta$ , la fase del estado cambia en  $e^{-i\theta/2}$ . Hay gran cantidad de argumentos teóricos para demostrar esto, en lo cual no entraré ahora, aunque es un ejercicio encantador. Lo cierto es que si uno rota  $360^\circ$  termina multiplicando la función ondulatoria por  $(-1)$ . En este punto todos los intentos de actuar por instinto fracasan, porque este resultado es difícil de entender. ¿Cómo una rotación de  $360^\circ$  puede cambiar algo? Una de las cosas más difíciles ahora será mantenerse al corriente de si hicimos una rotación de  $360^\circ$  o no, es decir, de si debemos incluir el signo menos o no. De hecho, según veremos, el misterioso signo menos en la conducta de las partículas de Fermi se debía a rotaciones no advertidas de  $360^\circ$ .

Dirac tenía una bonita demostración de este hecho: que la rotación de una vez se puede distinguir de no hacer nada en absoluto.\* De hecho, la doble rotación es la que equivale a no hacer nada. ¡Mostraré algo que hacen las bailarinas! Vean: haré rotar esta taza (véase la secuencia fotográfica), recuerden ustedes en qué sentido, dándole un giro completo hasta que ustedes vean de nuevo la marca, y ahora he rotado  $360^\circ$ , pero estoy en aprietos. Sin embargo, si continúo haciéndola rotar más, algo perturbador en estas circunstancias, no me rompo el brazo. Resuelvo la situación. Así que dos rotaciones equivalen a no hacer nada, pero una rotación puede ser diferente, así que hay que recordar si uno realizó una rotación o no, y el resto de esta charla es un agotador intento de tratar de registrar si uno hizo una rotación o no.\*\*

Mencionaré otra cosa, sólo como ejemplo, para dar una idea de la índole de las fórmulas que surgen: es típico tener fórmulas de medio ángulo en este trabajo. Por ejemplo, supongamos que tenemos un electrón y sabemos que el espín es  $+\frac{1}{2}$  a lo largo del eje  $z$ . ¿Cuál es entonces la probabilidad, si hacemos una medición de espín a lo largo de otro eje, llamémoslo

\* Para esta demostración de Dirac, su famosa demostración de las tijeras, véase R. Penrose y W. Rindler: *Spinors and Space-time*, Cambridge University Press, 1984, vol. 1, pág. 43.

\*\* Esto está tomado literalmente de la conferencia de Feynman.



eje  $z'$ , de que el espín sea  $+1/2$  a lo largo de este nuevo eje? Si el ángulo entre los dos ejes es  $\theta$ , la respuesta es

$$\text{probabilidad} = \cos^2 \frac{\theta}{2} = \frac{1 + \cos \theta}{2}$$

$$\text{amplitud} = \cos(\theta/2) = \sqrt{[(1 + \cos \theta)/2]}. \quad (12)$$

Ahora estudiaremos las amplitudes en una teoría de espín  $1/2$  con un acoplamiento en escala. Esto significa que la perturbación,  $U$ , será tan simple como sea posible para que las partes de espín de las amplitudes surjan de las partículas mismas, no de la perturbación, lo cual facilitará el análisis. Obtendremos fórmulas similares a la fórmula de medio ángulo citada, pero con una modificación relativista. Allá vamos.

Si tenemos una partícula de masa  $m$  sabemos que la energía y el impulso (cantidad de movimiento) deben satisfacer:

$$E^2 - p^2 = m^2. \quad (13)$$

$m^2$  es sólo una constante, desde luego, y  $p = |\mathbf{p}|$  es la magnitud del impulso. Esto significa que dado  $E$ ,  $p$  es determinado y viceversa, así que no necesitamos dos variables diferentes. Ahora (13) aparece como la fórmula trigonométrica  $\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$ , excepto por el factor  $m^2$  y el signo menos. Podemos usar las funciones hiperbólicas en vez de las funciones trigonométricas para parametrizar  $E$  y  $p$  en términos de una sola variable. Si escribimos

$$\begin{aligned} E &= m \cosh \omega, \\ p &= m \sinh \omega, \end{aligned} \quad (14)$$

luego  $E$  y  $p$  automáticamente satisfacen (13):  $\omega$  es nuestra nueva variable. Se llama rapidez.

Supongamos que tenemos una partícula en reposo en un estado dado de espín y que la perturbación pone la partícula en un estado con impulso  $p$ . El tetravector de impulso inicial es  $p_1 = (m, 0, 0, 0)$ , y el final es, por ejemplo,  $p_2 = (E, p, 0, 0)$  con  $E$  y  $p$  como en (14). La amplitud para este proceso de diseminación está dada por una fórmula de medio ángulo análoga a (12); hasta los factores irrelevantes es

$$A_{\text{discm}} \propto \cosh(\omega/2). \quad (15)$$

En analogía con el anterior caso de rotación espacial, podemos escribir esto — de nuevo hasta los factores irrelevantes— como

$$A_{\text{scatt}} \propto \sqrt{\cosh \omega + 1} \propto \sqrt{E + m}. \quad (16)$$

Singularmente, podemos escribir esta amplitud en una covariante relativista si notamos que  $p_1 \cdot p_2 = Em$ , donde  $p_1 \cdot p_2$  es el punto de los dos tetra vectores. La amplitud, pues, puede escribirse:

$$A_{\text{discm}} \propto \sqrt{p_1 \cdot p_2 + m^2}. \quad (17)$$

Lo interesante de reescribirlo en una covariante relativista es que esta amplitud, que nos encontramos en un caso especial, es ahora válida para cualquier  $p_1, p_2$ . La usaremos para derivar la amplitud para la producción de pares. Supongamos que escogemos  $p_1 = (m, 0, 0, 0)$  como antes, pero  $p_2 = (-E, -p, 0, 0)$ . Este estado de energía negativa representa una antipartícula, desde luego. Ahora  $p_1 \cdot p_2 = -Em$  y obtenemos:

$$A_{\text{par}} \propto \sqrt{-mE + m^2} \propto i\sqrt{E - m} \quad (18)$$

como amplitud para la producción de pares.

Usando estos resultados, trasladaremos nuestros comentarios acerca de las probabilidades totales al caso de espín  $1/2$  y veremos que estamos obligados a invocar el principio de exclusión de Pauli. El comentario es similar al del caso de espín cero, así que me concentraré principalmente en la diferencia entre espín cero y espín  $1/2$ .

Si estudiamos procesos a partir del vacío, el caso de espín cero se traslada directamente y obtenemos la relación mostrada en la Figura 6.

Ahora estudiemos procesos que arrancan de una partícula en estado  $\phi_0$ , que ahora tomamos por una partícula en reposo. Obtenemos los mismos seis diagramas de la Figura 7, pero esta vez las amplitudes entre diagramas emparentados obedecen a relaciones drásticamente diferentes.

Para la probabilidad total, nos interesa la parte real de las Figuras 7b, 7c y 7d, y el cuadrado absoluto de las Figuras 7e y 7f. Comencemos por la Figura 7b. En este proceso la partícula se disemina en el estado  $p$  en  $\mathbf{x}_1$ , y se propaga a  $\mathbf{x}_2$ , donde se disemina regresando al estado  $\phi_0$ . Por (17) sabemos que las diseminaciones dan un factor  $\sqrt{E + m}$  cada una, así que la amplitud para la Figura 7b es:

$$\begin{aligned}
A_b = & - \int \frac{d^3 \mathbf{p}}{(2\pi)^3 2E_p} (E_p + m) \\
& \times \exp \left\{ -i \left[ E_p(t_2 - t_1) - \mathbf{p} \cdot (\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1) \right] \right\},
\end{aligned}
\tag{19}$$

donde el signo menos viene de los factores  $-i$  en cada vértice.

La probabilidad para el proceso de diseminación de la Figura 7e está dada por el cuadrado absoluto de (16), así que de la suma de los impulsos resulta que (16) y (19) implican que la relación mostrada en la Figura 3 se sostiene también para las partículas con espín  $1/2$ .

Ahora debemos ser cuidadosos para obtener la expresión correcta para la Figura 7c. Debe ser una expresión con frecuencias negativas iguales a (19) cuando  $t_2$ ,  $\mathbf{x}_2$  y  $t_1$ ,  $\mathbf{x}_1$  están separados espacialmente. Pero (19) evidentemente equivale a  $-[m + i(\partial/\partial t_2) F(2,1)]$  [véase (7)], que equivale a  $-[m + i(\partial/\partial t_2) G(2,1)]$  en la región espacial, así que la Figura 7c debe ser, singularmente,

$$\begin{aligned}
A_c = & - \int \frac{d^3 \mathbf{p}}{(2\pi)^3 2E_p} (-E_p + m) \\
& \times \exp \left\{ +i \left[ E_p(t_2 - t_1) - \mathbf{p} \cdot (\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1) \right] \right\}.
\end{aligned}
\tag{20}$$

Esto se ha obtenido mediante argumentos de continuación analítica (como en la derivación de (11)) sin usar (18), aunque el factor  $(-E_p + m)$  también se puede considerar como surgido de dos factores de  $A_{\text{par}}$  [véase (18)].

La diferencia importante entre los casos de espín  $1/2$  y de espín cero surge en este punto: la relación mostrada en la Figura 4 es falsa para los fermiones. Tenemos todos los ingredientes necesarios para ver esto en el caso de espín  $1/2$ . De (18) obtenemos  $E_p - m$  para la probabilidad necesariamente positiva de producción de pares; comparando esto con la parte real de la amplitud (20) (que tiene un factor  $-E_p + m$  veces la amplitud de espín cero) obtenemos la relación mostrada en la Figura 10, que difiere de la Figura 4 por un crucial signo menos.

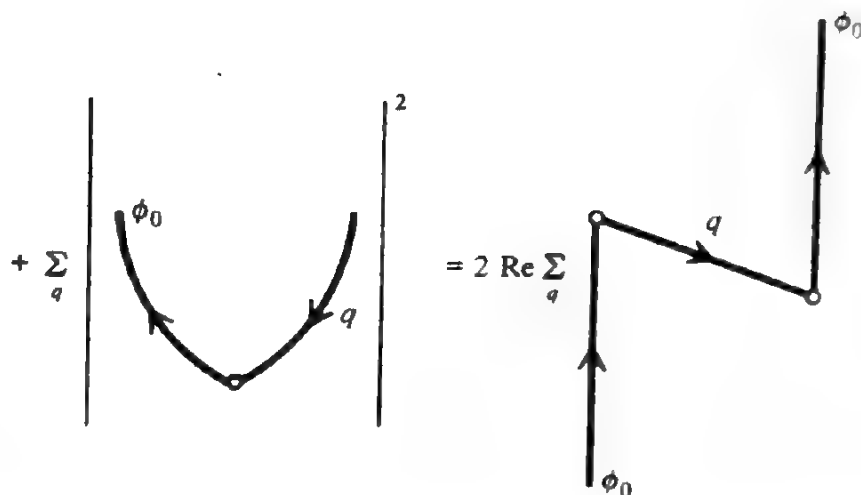


Figura 10. La identidad correspondiente a la Figura 4 para partículas de espín  $1/2$ .



Ahora bien, recordemos que en el caso Bose, la Figura 7c hacía un aporte negativo a la probabilidad total. Esto significaba que tenía que haber un aporte positivo adicional e inesperado con el objeto de que todo se equilibrara. Ese espinoso asunto se podía reducir a las Figuras 7d y 7f con  $p = 0$  y la Figura 7c. Se vio que el añadido del diagrama de intercambio (Figura 8) brindaba el necesario aporte positivo. La implicación neta era que se necesitaban las estadísticas de Bose.

En cambio, en el caso de Fermi, la Figura 7c hace un aporte *positivo* a la probabilidad total (como se ve en la Figura 10), de modo que necesitamos un aporte adicional *negativo*. De hecho, en virtud de las Figuras 6 y 10, las Figuras 7c y 7d (con  $p = 0$ ) se cancelan, así que nos queda el requisito de que los dos diagramas de la Figura 8 también se deben cancelar para que la probabilidad total sea de uno.

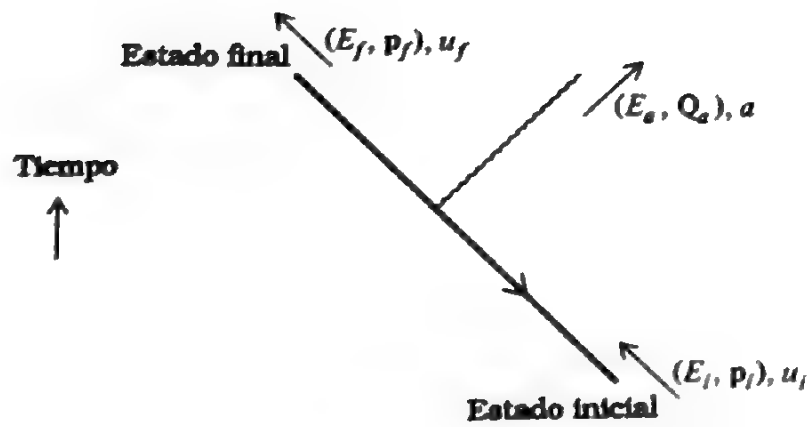
De ello vemos que las amplitudes para los diagramas que difieren sólo por el intercambio de un par de fermiones se deben sustraer. Todo esto encaja sólo si decimos que cuando hay una partícula "espectadora" en cierto estado la probabilidad de producir otra partícula en ese estado mediante una nueva producción de pares *decrece* para los fermiones: en vez de que la amplitud suba a  $1 + 1 = 2$  como en el caso de Bose, va a  $1 - 1 = 0$  en el caso de Fermi. La regla es que si tenemos una partícula en un estado no podemos hacer otra partícula en ese estado mediante producción de pares, y el he-



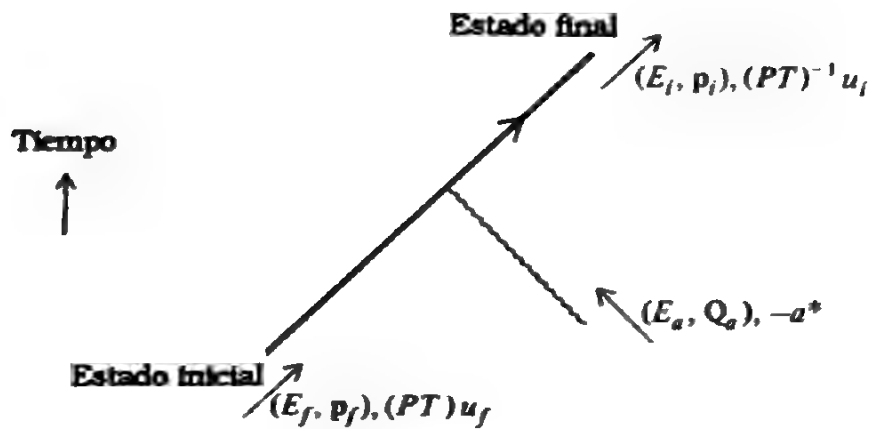
cho de que la partícula inicial impida que ocurra algo que esperábamos desplaza la probabilidad hacia el otro lado, tal como necesitábamos. Así hemos demostrado en un ejemplo específico la conexión entre espín y estadística: que es diferente para espín  $1/2$  y para espín cero. Hemos usado la relatividad con la mecánica cuántica y desde luego las fórmulas de la ecuación de Dirac. Ahora continuaremos analizando para obtener una idea más clara de por qué funciona.

### Las antipartículas y la inversión del tiempo

Ahora me agradaría formular la regla general que conecta una partícula con su antipartícula. Antes dijimos explícitamente que todo lo que se necesita para deducir la conducta de la antipartícula es mirar la partícula "hacia atrás". Con mayor precisión, ocurre lo siguiente. Supongamos que empezamos con una antipartícula en un estado inicial de impulso  $\mathbf{p}_i$ , energía  $E_i$ , estado de espín  $u_i$  (sea cual fuere el espín de la partícula). Comenzando en ese estado, la antipartícula podría hacer varias cosas. Por ejemplo, si la antipartícula está cargada podría emitir un fotón con polarización  $\mathbf{a}$ , impulso  $\mathbf{Q}_a$ , energía  $E_a$ , para terminar en un estado final de impulso  $\mathbf{p}_f$ , energía  $E_f$ , espín  $u_f$ . La amplitud para que la antipartícula haga esto es *igual* que la amplitud para que la partícula haga lo inverso, a saber, para que la partícula empiece con impulso  $\mathbf{p}_f$ , energía  $E_f$ , estado de espín (PT)  $u_f$ , ab-



(a)



(b)

**Figura 11.** Un proceso que involucra (a) una antipartícula y (b) el proceso correspondiente para la partícula.

sorba un fotón de polarización  $-a^*$ , impulso  $Q_a$ , energía  $E_a$ , y termine en un estado de impulso  $p_1$ , energía  $E_1$ , espín  $(PT) -1/2$  (véase la Figura 11). De ahí, se obtiene la amplitud para la conducta de la partícula con sólo aplicar  $PT$  a la conducta de la antipartícula. Nótese que  $PT$  aplicado a un estado de impulso  $p$ , energía  $E$ , es también un estado de impulso  $p$ , energía  $E$ . ¿Por qué? Porque la inversión temporal de ese estado tiene impulso  $-p$ , energía  $E$ , pero la aplicación de la paridad y la inversión de todas las direcciones espaciales la regresa a impulso  $p$ , energía  $E$ .  $PT$  afecta, sin embargo, la polarización del fotón y también los estados de espín. Nótese que en un extremo del proceso debemos hacer la transformación inversa, es decir, una transformación  $(PT)^{-1}$ . Aunque esto parece similar a  $PT$ , hay una sutil diferencia, como pronto veremos. Por tanto el  $C$  que cambia de partícula a antipartícula equivale a una inversión de paridad  $P$  junto con una inversión temporal  $T$ . Todo se hace en el orden inverso en el tiempo. Por ejemplo, si tenemos una luz circularmente polarizada, el vector de polarización es, por ejemplo,  $(e_x, e_y) = (1, i)$ , la polarización temporal invertida es  $(e_x, e_y)^* = (1, -i)$ , que hace girar el vector eléctrico en dirección inversa. Entonces  $PT(e_x, e_y) = (e_x, e_y)^*$  y así sucesivamente.  $C = PT$ : todo retrocediendo en el tiempo e invertido en el espacio. Sin embargo, no entraré en detalles para demostrarlo.

Como dijimos antes, cuando obtenemos la conducta de la partícula a partir de la antiparti-

cula, a un estado de espín en un extremo se aplica  $PT$ , al otro del otro extremo se le aplica  $(PT)^{-1}$ . Preferiríamos que se aplicara la misma transformación a ambos, porque si los estados de espín  $u_i$  y  $u_f$  son los mismos, entonces también lo son los estados de espín  $(PT) u_i$  y  $(PT) u_f$ . Necesitaremos usar esto más tarde. Resulta que no hay problema con la operación de paridad  $P$ , así que escojamos las fases de modo que  $P^2 = 1$ , es decir, dos inversiones espaciales es lo mismo que no hacer nada. Sin embargo, vamos a demostrar que para partículas de espín  $1/2$   $T^{-1} = -T$ , es decir que  $TT = -1$ , mientras que para partículas espín cero  $TT = +1$ . La diferencia de signo, ese signo menos adicional, constituye el origen del principio de exclusión de Pauli y las estadísticas de Fermi.

### **El efecto de dos inversiones temporales sucesivas**

¿Por qué dos inversiones temporales modifican el signo de una partícula de espín  $1/2$ ? La respuesta es que cambiar  $T$  dos veces equivale a una rotación de  $360^\circ$ . Si yo moviera dos veces el eje  $x$ , estaría haciéndolo rotar  $360^\circ$ , y pensando en el espaciotiempo tetradimensional; lo mismo podría ser cierto del eje  $t$ . De hecho es cierto, como pronto demostraré (¡aun sin implicar ninguna relación relativista de  $t$  y  $x$ !). Entonces, como dijimos antes, hacer rotar  $360^\circ$  una partícula de espín  $1/2$  la multiplica por

(-1), así que encontramos que  $TT = -1$ . Demostremos que debe ser  $TT = -1$  para el espín  $1/2$ .

En el Cuadro 1 se enumeran varios estados, junto con lo que obtenemos si aplicamos  $T$  una vez, y luego una vez más. El primero es el estado donde una partícula está en el punto  $x$  del espacio; este estado se designa  $|x\rangle$  usando la notación de Dirac. Entre el ' $|$ ' y el ' $\rangle$ ' uno pone el nombre del estado, o algo para denominarlo, que en este caso es el punto  $x$  donde se encuentra el estado. Luego el estado de inversión temporal es  $T|x\rangle = |x\rangle$ , es decir, la partícula estará en el mismo punto, nada extraordinario. Por otra parte, una partícula en un estado de impulso  $p$  (es decir, en un estado  $|p\rangle$ ) retrocederá en el tiempo hasta un estado de impulso  $-p$ , pero luego regresará a  $|p\rangle$  con la segunda inversión temporal.

Si examinamos el estado  $|p\rangle$  veremos que  $T$  es lo que se llama una operación "antiunitaria".  $|p\rangle$  se puede lograr combinando estados  $|x\rangle$  en diversas posiciones con diversas fases. Para obtener el estado temporal invertido  $|-p\rangle$  sólo tomemos los estados  $T|x\rangle = |x\rangle$  pero con el conjugado complejo de las fases usadas para construir  $|p\rangle$ . Así en general  $T[\alpha|a\rangle + \beta|b\rangle] = \alpha^* T|a\rangle + \beta^* T|b\rangle$ , es decir, para una operación antiunitaria hay que tomar los conjugados complejos de los coeficientes cada vez que se los ve. Desde luego, si aplicamos de nuevo  $T$ , tomamos de nuevo el conjugado complejo de los coeficientes, y si somos muy buenos en álgebra sabemos que hacer eso es una pérdida de tiempo. Ahora bien,  $TT|a\rangle$  debe ser el mismo esta-

Tabla 1. El efecto de la inversión temporal en varios estados

Estado: $ a\rangle$	Tiempo invertido: $T a\rangle$	Tiempo doblemente invertido: $TT a\rangle$
$ x\rangle$	$ x\rangle$	$ x\rangle$
$ p\rangle = \sum e^{ipx} x\rangle$	$ -p\rangle = \sum e^{-ipx} x\rangle$	$ p\rangle$
$\alpha a\rangle + \beta b\rangle$	$\alpha^*T a\rangle + \beta^*T b\rangle$	$\alpha TT a\rangle + \beta TT b\rangle$
Estados de espín enteros		
$ j, m = 0\rangle$	$e^{i\phi} j, m = 0\rangle$	$e^{i\phi}(e^{-i\phi} j, m = 0\rangle) =  j, m = 0\rangle$
Estados de espín $1/2$		
$ +z\rangle$	$ -z\rangle$	$- +z\rangle$
$ -z\rangle$	$- +z\rangle$	$- -z\rangle$
$ +x\rangle = ( +z\rangle +  -z\rangle)/\sqrt{2}$	$( -z\rangle -  +z\rangle)/\sqrt{2} = - -x\rangle$	$- +x\rangle$
$ -x\rangle = ( +z\rangle -  -z\rangle)/\sqrt{2}$	$( -z\rangle +  +z\rangle)/\sqrt{2} =  +x\rangle$	$- -x\rangle$

do físico  $|\alpha\rangle$ , pero la maldita mecánica cuántica siempre permite tener una fase diferente. Así, por el citado argumento,  $TT|\alpha\rangle = \text{fase}|\alpha\rangle$  con la misma fase para todos los estados que se pudieran superponer con el estado  $|\alpha\rangle$ , de modo que cualquier interferencia entre estados es la misma antes y después de aplicar  $TT$ . Los estados de espín cero y espín  $1/2$  no se pueden superponer, pues las dos clases de estado son fundamentalmente diferentes; por tanto, el cambio de fase general cuando se aplica  $TT$  puede ser diferente entre los dos.

Lo que usaremos ahora es que si tenemos un estado de impulso angular  $|j, m\rangle$ , entonces  $T|j, m\rangle = \text{fase}|j, -m\rangle$ . Así debe ser para el impulso angular: la inversión temporal de algo que rota hacia un lado es el objeto rotando en dirección opuesta. Por ejemplo, con impulso angular orbital  $\mathbf{L} = \mathbf{r} \wedge \mathbf{p}$ , hallamos que como  $T$  envía  $\mathbf{r} \rightarrow \mathbf{r}$  y  $\mathbf{p} \rightarrow -\mathbf{p}$ , entonces  $T\mathbf{L} = -\mathbf{L}$ , es decir, se obtiene el impulso angular opuesto cuando se aplica  $T$ .

Ante todo veamos los estados enteros de espín. Habrá un estado sin impulso angular  $z$ , a saber  $|j, m = 0\rangle$ . Aplicando un  $T$  esto se transforma en el mismo estado  $|j, m = 0\rangle$  veces en alguna fase, pero aplicando  $T$  de nuevo sólo podemos regresar el estado a  $|j, m = 0\rangle$ , usando el hecho de que  $T$  es antiunitario. Así pues, como la fase es la misma para todos los estados que se pueden superponer,  $TT = +1$  para todos los estados enteros de espín.

Para comprender lo que ocurre con un es-



tado de espín semientero, tomemos el ejemplo más simple de espín  $1/2$ . Tratemus de llenar nuestra tabla para los cuatro estados especiales, a lo largo del eje  $z$ ,  $|+z\rangle$ ,  $|-z\rangle$  y a lo largo del eje  $x$ ,  $|+x\rangle$ ,  $|-x\rangle$ . La teoría elemental del espín nos dice que las dos segundas se pueden expresar en términos de los estados básicos de  $|+z\rangle$  y  $|-z\rangle$ : uno de ellos,  $|+x\rangle$ , es la superposición igual en fase, y el otro,  $|-x\rangle$ , es la superposición igual fuera de fase. El estado de tiempo físicamente invertido de  $|+z\rangle$  es  $|-z\rangle$  y viceversa. Asimismo, la inversión temporal de  $|+x\rangle$  debe remitirnos a  $|-x\rangle$  dentro de una fase.

Para nuestro primer elemento  $T|+z\rangle$  debemos tener  $|-z\rangle$ , al menos dentro de una fase. Esta primera fase se puede escoger arbitrariamente, como comprobaremos después, así que bien podemos tomar  $T|+z\rangle = |-z\rangle$ . Ahora bien,  $T|-z\rangle$  debe ser una fase  $|+z\rangle$  veces. Pero no podemos escoger que sea simplemente  $|+z\rangle$  porque entonces la operación de  $T$  en  $|+x\rangle$ , la superposición en fase de  $|+z\rangle$  y  $|-z\rangle$ , sólo nos regresará al mismo estado en fase  $|+x\rangle$  y no un factor de varias veces el estado fuera de fase  $|-x\rangle$ , como físicamente debe ocurrir. Para que suceda esta inversión de fase *debemos* tomar  $T|-z\rangle = -|+z\rangle$ , de fase opuesta a lo que hicimos para  $T|+z\rangle$ . Ahora bien  $T(T|+z\rangle) = T|-z\rangle = -|+z\rangle$  y el resto de la tabla se puede llenar. Por lo tanto  $TT = -1$  para espín  $1/2$ , tal como se muestra fácilmente para cualquier espín semientero  $j$ , donde la inversión temporal nunca nos devuelve al mismo estado físico. Por tanto,

combinando esto con el resultado para partículas de espín entero, tenemos  $TT = 360^\circ$ .

Ahora llegamos al signo del rizo de espín  $1/2$ . Recordemos que, con un potencial en mecánica cuántica relativista, se pueden producir pares de modo tal que la probabilidad de que el vacío (es decir, el estado de no-partículas) permanezca como vacío debe ser inferior a una. Designemos la amplitud para el vacío que permanece como vacío  $1 + X$ , donde  $X$  es la contribución de todos los rizos cerrados dibujados a la derecha de la Figura 6. Luego  $X$  debe aportar una cantidad negativa a la probabilidad de que el vacío permanezca vacío, y eso nos dice la identidad de la Figura 6, pues el lado izquierdo es estrictamente negativo.

Veamos los rizos que aportan a  $X$ . Un rizo se construye comenzando con un electrón, por ejemplo, en un estado con la función ondulatoria  $u$  de Dirac, y luego propagando el rizo hasta regresar al mismo estado físico  $u$ , y debemos tomar el rastro de la matriz resultante, sumando los elementos diagonales. Pero hay una sutileza; el mismo estado físico se podría haber rotado en  $360^\circ$ , y en verdad vemos que eso tenemos (o su equivalente,  $TT$ ). Desde cualquier marco que se observe este proceso, en alguna etapa el electrón se transforma en un positrón que retrocede en el tiempo (un  $T$ ), y luego se vuelve a transformar en un electrón que avanza en el tiempo (otro  $T$ ), y con una propagación por todo el rizo se regresa eventualmente al estado  $TTu$ ; véase la Figura 12.

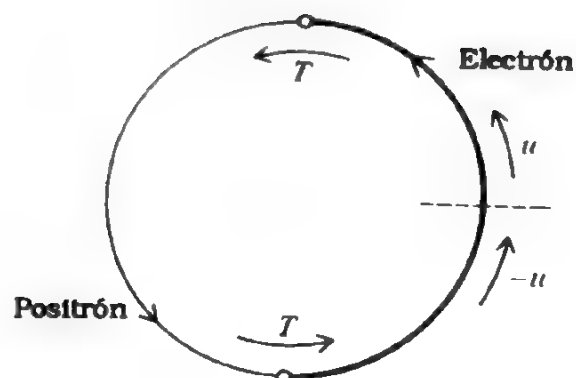


Figura 12. Un rizo partícula-antipartícula donde se muestran las dos inversiones temporales  $T$ .

El mismo operador  $TT$  actúa también en el caso del bosón (espín cero), pero allí tenemos  $TT = +1$ , así que no hay problema. En el caso del bosón, todo funciona; el rastro común en  $X$  conduce a un aporte negativo. Pero, en el caso del espín  $1/2$ , acabamos de hallar un signo menos adicional. Además, para asegurar que la identidad de la Figura 6 es verdadera, para asegurar que  $X$  conduce a un aporte negativo a la probabilidad, debemos añadir una nueva regla para el espín semientero: con todo rizo común debemos asociar un signo menos adicional para compensar el signo menos que viene de  $TT = -1$ . Si no insertamos este signo menos, nuestras probabilidades no suman, así que no tenemos una teoría coherente sobre las partículas

de espín  $1/2$ . Este signo sólo es coherente con las estadísticas de Fermi.

Esta regla general para los rizados de espín semientero (que para cada rizo cerrado hay que multiplicar por  $-1$ ) es la razón por la cual tenemos estadísticas Fermi; véase la Figura 9. Hay un signo menos relativo entre los dos casos en las Figuras 9a y 9b, porque la Figura 9a tiene dos rizados, mientras que la Figura 9b tiene uno solo. La Figura 9 dice así que al desplazar dos partículas hay que introducir un signo menos relativo: estadísticas Fermi.

### **Monopolos magnéticos, espín, estadísticas de Fermi**

Finalmente, para dilucidar con mayor claridad la relación de las propiedades de rotación de las partículas y sus estadísticas, quisiera mostrar un ejemplo en el cual tenemos un objeto de espín  $1/2$  del cual conocemos el origen del impulso angular. Supongamos que tenemos un monopolo magnético en presencia de una carga eléctrica (véase la Figura 13). El monopolo magnético es un invento de Dirac, así que es apropiado mencionarlo en esta conferencia. Un monopolo magnético es una fuente de flujo magnético, tal como una carga eléctrica es una fuente de flujo eléctrico. Nadie vio jamás un monopolo magnético, pero siempre podemos imaginarlo. De hecho, si tuviéramos un imán común muy largo, el flujo magnético procedente

de un extremo sería parecido a uno de estos monopolos magnéticos, porque el otro extremo estaría muy lejos.

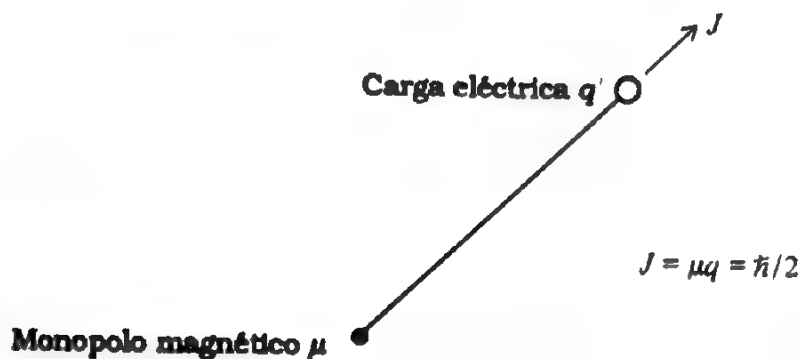


Figura 13. Un monopolo magnético  $\mu$  en presencia de una carga eléctrica  $q$ .

De todos modos, supongamos que tuviéramos un monopolo magnético con carga magnética  $\mu$  en presencia de una carga eléctrica  $q$ , y supongamos que ambos objetos tienen espín cero, así que no tenemos que preocuparnos por ningún impulso angular intrínseco. Pero estos objetos se hallan en mutua presencia, así que podemos formar el vector Poynting  $\mathbf{E} \wedge \mathbf{B}$  de manera normal. La integración del vector Poynting nos indica cuál es el impulso y, si lo elaboramos, este objeto compuesto tiene un impulso angular (a lo largo de la línea que une la carga y el polo) que es independiente de la distancia en-

tre los dos objetos. Se puede deducir el impulso angular de muchas maneras, y lo dejaré como ejercicio, pero resulta que el impulso angular equivale a  $\mu q$ .\*

Ahora bien, en mecánica cuántica hay que cuantizar el impulso angular. De hecho, sólo se nos permite tener impulso angular en múltiplos de  $(1/2)\hbar$ , así que tomemos el valor más pequeño permitido, es decir que  $\mu q = (1/2)\hbar$ , así que hemos construido un objeto de espín  $1/2$ . Luego debemos averiguar si al rotar este objeto  $360^\circ$  la fase cambia en  $-1$ ; veamos.

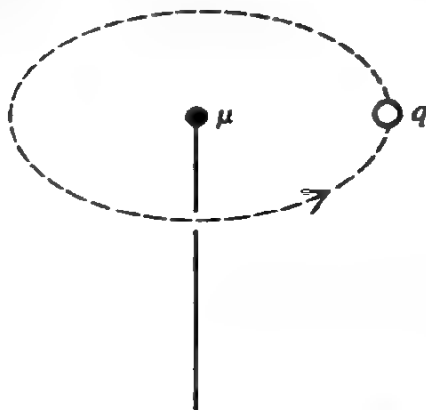


Figura 14. Haciendo rotar  $360^\circ$  la carga eléctrica  $q$  alrededor del monopolo magnético.

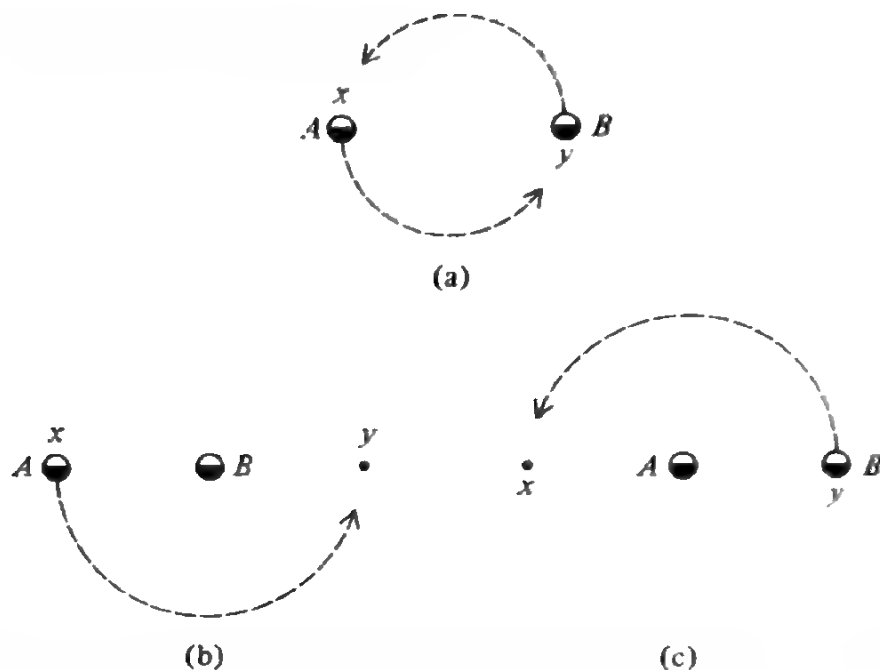
Supongamos que la carga magnética es fija, y permítanme rotar la carga magnética en  $360^\circ$  (véase la Figura 14). Un famoso teorema esta-

\* Quizás el modo más elemental de determinar el impulso angular sea hallar la torsión que se debe aplicar para torcer el eje (la línea que une  $q$  y  $\mu$ ) en una velocidad angular  $\omega$ , desplazando el electrón en círculo alrededor del polo. La fuerza, desde luego, proviene del movimiento del electrón en el campo magnético del polo.

blece que cuando movemos una carga eléctrica  $q$  por un campo magnético, la fase cambia por  $\exp(iq\int \mathbf{A} \cdot d\mathbf{x})$ , donde  $\int \mathbf{A} \cdot d\mathbf{x}$  es la línea integral del potencial de vector  $\mathbf{A}$  a lo largo de la trayectoria que sigue la carga eléctrica. (¡Eso es para intimidarlos!) En esta situación, la integral lineal estará alrededor del círculo, pero el simple cálculo de vectores me indica que puedo convertir la línea integral de  $\mathbf{A}$  en una superficie integral de  $\mathbf{B}$ , el campo magnético, sobre una superficie que tiene el círculo como límite. Supongamos que convierto la línea integral en una integral de  $\mathbf{B}$  sobre el hemisferio superior. La integral de superficie de  $\mathbf{B}$  es el flujo que atraviesa la superficie. Ahora el flujo total emitido por el monopolo magnético es  $4\pi\mu$ , es decir, la integral del flujo sobre una esfera entera que cerraba completamente el monopolo sería  $4\pi\mu$ . Aquí sólo integramos un hemisferio y obtenemos la mitad, es decir,  $2\pi\mu$ . Así el cambio total de fase será  $\exp(2\pi i\mu q)$ , y usando  $\mu q = 1/2$ , esto nos da  $\exp(i\pi) = -1$ . No hay problema, todo bien.

A estas alturas debo hacer una breve digresión, porque estamos muy cerca de un argumento de Dirac que muestra que si existe un solo monopolo en alguna parte del universo, la carga eléctrica se debe cuantizar. El argumento es el siguiente. Si yo hubiera escogido integrar el hemisferio inferior en vez del superior, habría obtenido la misma respuesta. En ese caso, la superficie tiene la orientación contraria respecto de la dirección de la línea integral, así que el cambio de fase resulta ser  $\exp(-i\pi)$ , que todavía

es  $(-1)$ . Pero nótese que si la carga  $q$  no estuviera cuantizada, en un múltiplo de  $\hbar/2\mu$ , las dos superficies darían respuestas diferentes; una incoherencia. Por tanto, la existencia de monopolos magnéticos implica cuantización de la carga, y como creemos que la carga está cuantizada esto hace que algunas personas creen en los monopolos magnéticos.



*Figura 15. Intercambiando dos objetos de polo cargado.*

Ahora supongamos que tenemos dos de estas cosas, un compuesto con polo cargado que denominaré A, y otro idéntico que denominaré B. Inicialmente A está en el punto x y B está en y (ambos apuntando en la misma dirección, di-



gamos hacia arriba). ¿Qué ocurre si los intercambio? Bien, observen ustedes.

La Figura 15a muestra la operación de intercambio. Deseamos computar el cambio de fase adquirido en este proceso. Las únicas fuentes de cambio de fase son el cambio en  $A$  desplazándose alrededor del polo de  $B$ , y el cambio en  $B$  desplazándose alrededor del polo de  $A$ . (Las posiciones relativas de la carga y el polo dentro de cada compuesto no se modifican.) Como se ve en  $B$ , la operación de intercambio se parece a la Figura 15b, mientras que para  $A$  se parece a la Figura 15c. Cada movimiento relativo aporta al cambio de fase total una cantidad  $\exp(iq \int \mathbf{A} \cdot d\mathbf{x}/\hbar)$ . Como  $A$  se desplaza  $180^\circ$  alrededor de  $B$ , y  $B$  se desplaza  $180^\circ$  alrededor de  $A$ , aquí tenemos una rotación de  $360^\circ$ . Si elaboramos el cambio de fase mirando las líneas integrales, la Figura 15b da una línea integral de  $x$  a  $y$ , pero la Figura 15c da una línea integral que regresa de  $y$  a  $x$ . Uniendo ambos obtenemos la línea integral alrededor de un rizo cerrado completo alrededor de un polo, tal como para una rotación de  $360^\circ$ , y de allí un factor de  $(-1)$ , como vimos antes. Esto es por cierto lo que esperamos con las estadísticas de Fermi: tenemos un factor  $(-1)$  cuando se intercambian dos objetos de espín  $1/2$ . (Dimos por sentado que las partes, cargas y polos con espín cero obedecían reglas de Bose.)





Richard Feynman dando la conferencia en Cambridge

### Síntesis

Hemos recorrido un largo trecho con bastante detalle, pero lo importante es recordar las ideas básicas. Helas aquí. Si insistimos en que las partículas sólo pueden tener energías positivas, no podemos evitar la propagación fuera del cono de luz. Si miramos esa propagación desde otro marco, la partícula retrocede en el tiempo: es una antipartícula. La partícula virtual de un hombre es la antipartícula de otro. Luego, examinando la idea de que la probabilidad total de que algo ocurriera debía de ser uno, vimos que los diagramas adicionales originados por la existencia de las antipartículas y la producción de pares implicaban estadísticas de Bose para las partículas sin espín. Cuando aplicamos la

misma idea a los fermiones, vimos que el intercambio de partículas nos daba un signo menos: obedecen estadísticas de Fermi. La regla general era que una doble inversión temporal es lo mismo que una rotación de  $360^\circ$ . Esto nos dio la conexión entre espín y estadística y el principio de exclusión de Pauli para el espín  $1/2$ . Eso lo contiene todo, y el resto fue mera elaboración.

\* \* \* \* \*

Esto es todo lo que incluía la conferencia, pero tras hablar con algunos de ustedes y algunas reflexiones, me gustaría añadir ciertas observaciones que vuelven aun más directa la conexión entre espín y estadística. El comentario sobre objetos con polo y carga no obtenía el resultado sobre el análisis relativista de la acción de dos inversiones temporales, sino directamente, como resultado de una rotación de  $360^\circ$ . Este argumento se puede hacer más general. Adoptamos la perspectiva de que la regla de Bose es obvia a partir del entendimiento de que en mecánica cuántica se debe añadir la amplitud que corresponde a las alternativas. ¿Qué ocurre con el caso Fermi?

Hemos señalado que para los objetos de espín semientero el signo de una amplitud debe ser oscuro, pues las rotaciones de  $360^\circ$  pueden haber ocurrido sin que se notaran.

Ahora bien, la regla de estadística de espín que deseamos comprender se puede formular

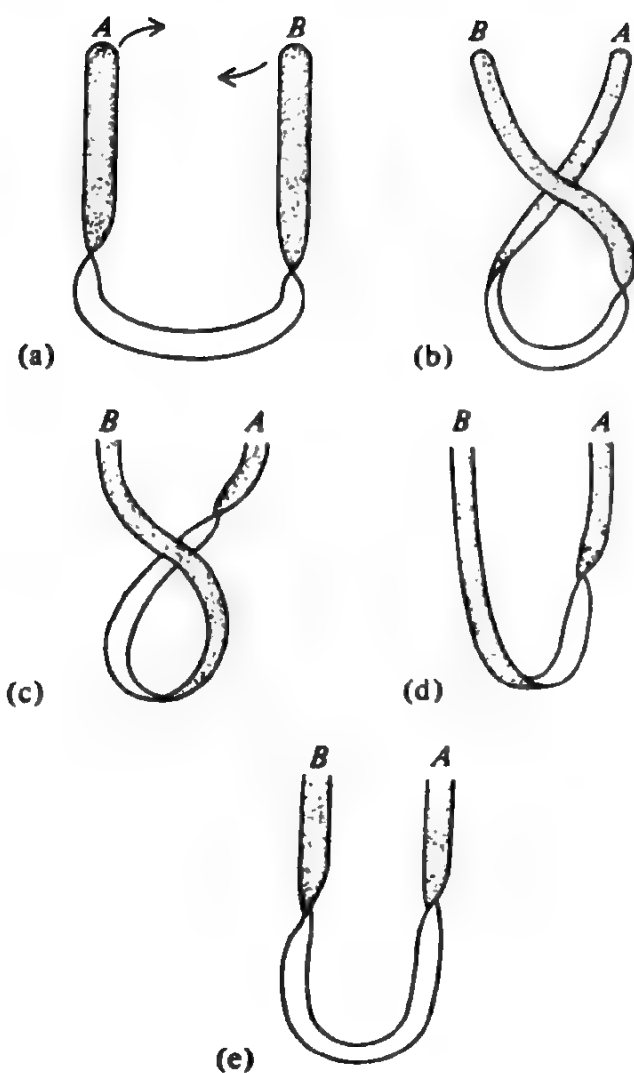
para ambos casos simultáneamente mediante la siguiente regla: *El efecto sobre la función ondulatoria del intercambio de dos partículas es igual al efecto de hacer rotar el marco de una de ellas  $360^\circ$  en relación con el otro marco. ¿Y por qué esto es verdad? Vaya, simplemente porque ese intercambio implica exactamente esa rotación de marco relativo.*

Ya hemos notado, en el ejemplo del polo y la carga, que si cambiamos  $A$  y  $B$  (por trayectorias que no se cruzan)  $A$  encuentra a  $B$  girando en una rotación de  $180^\circ$ , y  $B$  ve a  $A$  girando también  $180^\circ$  en la misma dirección; una rotación mutua de  $360^\circ$ .

Para verificar por qué esto es verdad en general, podemos imaginar (usando una idea de David Finkelstein) los objetos  $A$  y  $B$  conectados en puntos correspondientes a los extremos de una cinta o cinturón que circule entre ellos. Podemos verificar si los marcos han rotado relativamente buscando un giro de  $360^\circ$  en la cinta (cuando los extremos  $A$  y  $B$  se intercambian, la localización espacial de la cinta se restaura aproximadamente). Y, por cierto, el cambio de los objetos (cada cual moviéndose paralelamente a sí mismo, sin rotación absoluta) induce exactamente ese giro en la cinta (véase la Figura 16).

Como el cambio implica esa rotación de  $360^\circ$  de un objeto en relación con el otro, hay buenas razones para esperar el factor de fase  $(-1)$  ocasionado por esa rotación en el intercambio de objetos de espín semientero.





**Figura 16.** En la secuencia (a) a (e) los extremos del cinturón han cambiado de posición. Nótese que el giro del lado derecho en (e) sale opuesto al de (a). Para restaurarlo totalmente, sería necesario un giro adicional de  $360^\circ$  del cinturón derecho alrededor de la vertical.

三

# Hacia las leyes finales de la física

Steven Weinberg







Estoy muy agradecido al St. John's College y a los profesores de matemática de Cambridge por haberme invitado aquí a hablar en honor de Paul Dirac. El me apabullaba cuando, siendo estudiante, yo conocí sus inmensos logros. Luego tuve el privilegio de verlo varias veces, y todavía me apabulla. Es todo un desafío presentar una charla en honor de un hombre tan grandioso, y al planearla pensé que sólo cabía hablar de un tema grandioso. Me parecía inapropiado comentar, por ejemplo, el último hallazgo que hicimos la semana pasada en física de partículas elementales. Así que obviaré los detalles y hablaré de la pregunta más importante para las personas que trabajan en mi campo de la física: "¿Cuáles son las leyes finales de la física?"



Steven Weinberg dando su conferencia en Cambridge

Bien, no tanto. Aunque me agradaría muchísimo honrar a Dirac proyectando una transparencia en la cual hubiera escrito las leyes finales de la física, no podré hacerlo. Mi tema será necesariamente más modesto. Tendrá que ser: "¿Qué claves hallamos en la física actual que nos den indicios sobre la teoría final subyacente que descubriremos en algún momento del futuro?"

Ante todo, explicaré qué entiendo por "teoría subyacente". En los últimos cien años los

científicos han forjado cadenas de explicación que descendían desde la escala de la vida cotidiana hasta niveles cada vez más microscópicos. Muchas de las viejas preguntas — ¿por qué el cielo es azul?, ¿por qué el agua es húmeda? y demás— han hallado respuestas en función de las propiedades de los átomos y de la luz. A la vez, esas propiedades se han explicado en función de las propiedades de lo que llamamos partículas elementales: quarks, leptones, bosones y otras. Al mismo tiempo hubo un movimiento hacia una mayor simplicidad. No es que la matemática se vuelva más fácil a medida que transcurre el tiempo, o que la cantidad de partículas elementales supuestas decrezca necesariamente cada año, sino que los principios cobran mayor coherencia lógica; hay en ellos una mayor cualidad de “inevitabilidad”. John Wheeler, mi colega de Texas, ha predicho que, cuando eventualmente conozcamos las leyes finales de la física, nos sorprenderá que no hubieran resultado obvias desde un principio. Sea como fuere, ésa es nuestra búsqueda: hallar un conjunto sencillo de principios físicos que posean la mayor inevitabilidad posible del cual se pueda derivar, en principio, todo lo que sabemos sobre física.

No sé si alguna vez llegaremos ahí; ni siquiera estoy seguro de que exista un conjunto de leyes físicas simples, finales y subyacentes. Empero estoy seguro de que es bueno explorarlas, tal como los exploradores españoles, cuando enfilaron al norte desde el centro de México,



buscaban las siete ciudades doradas de Cíbola. No las encontraron, pero encontraron otras cosas útiles, como Texas.

También explicaré qué no entiendo por "leyes finales y subyacentes" de la física. Con esa expresión no quiero decir que otras ramas de la física corran peligro de ser reemplazadas por una versión definitiva de la física de partículas elementales. Creo que el ejemplo de la termodinámica nos será útil. Hoy sabemos muchísimo acerca de las moléculas del agua. Supongamos que en algún momento del futuro supiéramos todo lo que hay que saber sobre las moléculas del agua y que fuéramos tan buenos en informática que contáramos con ordenadores capaces de seguir la trayectoria de cada molécula en un vaso de agua. (Es probable que ninguna de ambas cosas ocurra jamás, pero supongamos que ocurrieran.) Aunque pudiéramos predecir el comportamiento de cada molécula en un vaso de agua, en ninguna parte de esa montaña de páginas impresas por ordenador hallaríamos las propiedades del agua que de veras nos interesan, propiedades como la temperatura y la entropía. Estas propiedades se deben abordar en sus propios términos y para ello tenemos la ciencia de la termodinámica, que trata sobre el calor sin reducirlo a cada paso a las propiedades de las moléculas o las partículas elementales. Hoy no hay duda de que la termodinámica, en última instancia, es lo que es a causa de las propiedades de la materia en lo muy pequeño. (Desde luego, eso era controvertido a principios

de siglo, como ustedes sabrán si han leído, por ejemplo, una biografía de Boltzmann.) Pero en la actualidad no dudamos de que la termodinámica deriva en cierto sentido de principios físicos subyacentes más profundos. Aun así continúa siendo una ciencia en sí misma, y continuará siéndolo siempre. Lo mismo ocurre con otras ciencias que hoy gozan de mayor vitalidad y apasionamiento que la termodinámica, ciencias como la física de la materia condensada y el estudio del caos. Y, desde luego, lo mismo ocurre con ciencias que están fuera del área de la física, como la astronomía y la biología, en lo cual también entra un ingrediente histórico.

Además, no estoy diciendo que la física de partículas elementales sea más importante que otras ramas de la física. Sólo digo que, dado su interés en las leyes subyacentes, la física de partículas elementales tiene una importancia especial, aunque no sea necesariamente de gran valor práctico inmediato. Es preciso acen-  
tuar esto de cuando en cuando, en particular cuando los físicos de partículas elementales acuden al público en busca de subsidios para continuar sus experimentos.

Actúo un poco a la defensiva porque hay un término insidioso que se aplica a todo el que hable de leyes finales subyacentes. Lo llaman reduccionista. Es verdad, desde luego, que el reduccionismo ingenuo puede tener efectos devastadores, sobre todo en las ciencias sociales. Pero hay un sentido en el cual no deberíamos debatir acerca de las ventajas y desventajas del

reduccionismo, porque hoy todos somos reduccionistas. Actualmente, imagino que un químico miraría con gran recelo cualquier presunta ley de afinidad química que no derivara siquiera en principio de las propiedades moleculares.

Esta es una antigua actitud que se remonta a tiempos anteriores a Sócrates. Pero la esperanza realista de hallar un pequeño conjunto de principios pequeños subyacentes a toda la realidad física tiene sólo sesenta años, y se remonta al advenimiento de la gran revolución física a la cual Paul Dirac infundió su forma definitiva, la revolución denominada mecánica cuántica.

Mientras preparaba la conferencia, me dijeron que debía estar sintonizada en el nivel de estudiantes que han seguido un primer curso de mecánica cuántica. Sospecho, sin embargo, que puede haber algunos infiltrados en el público que no respondan a esa descripción, así que he preparado un curso de dos minutos en mecánica cuántica. Tengo que atenerme a esos dos minutos, así que estoy obligado a presentar un sistema muy simple. Pensemos en una moneda e ignoremos todas sus propiedades tales como movimiento y posición, dejando sólo la pregunta de si está en cara o cruz. Clásicamente el estado es cara o cruz, y una teoría clásica sería aquella que indicara cuándo salta de un estado al otro. En mecánica cuántica no se describe el estado de la moneda diciendo que está en cara o cruz, sino especificando un vector, el llamado "vector de estado". Este vector de estado vive en un espacio bidimensional con ejes



denominados según los dos estados posibles, cara y cruz (Figura 1). La flecha puede apuntar hacia el eje cruz, en cuyo caso se dice que la moneda está en cruz, o puede apuntar horizontalmente por el eje cara, en cuyo caso por cierto diríamos que la moneda está en cara. En mecánica clásica son las dos únicas posibilidades. Pero en mecánica cuántica, la flecha (el vector de estado) puede apuntar hacia cualquier posición intermedia. Si apunta hacia una dirección intermedia, la moneda no está definitivamente en una configuración cara ni en una configuración cruz. Sin embargo, al mirar la moneda, uno la obliga a adoptar una de estas dos posibilidades. Es decir, el resultado de la medición será una de las dos posibilidades, cara o cruz. Cuando medimos si la moneda está en cara o cruz, salta a una configuración o a la otra con una probabilidad que depende del ángulo que la flecha tenía inicialmente.

El vector de estado se puede describir mediante dos componentes, uno que llamaré  $C$  (cara) y otro que llamaré  $Z$  (cruz) (Figura 1).  $C$  y  $Z$  se denominan "amplitudes de probabilidad". La probabilidad de obtener cara cuando medimos es el cuadrado de  $C$ , y la probabilidad de obtener cruz es el cuadrado de la otra amplitud,  $Z$ . Ahora bien, un antiguo teorema de Pitágoras que todos ustedes recordarán nos indica que la suma de los cuadrados de las dos amplitudes es el cuadrado de la longitud del vector de estado. Ustedes saben también que la suma de las probabilidades, si se agotan todas las posibili-



dades, tiene que ser uno. Esto significa que la suma de los cuadrados de las amplitudes tiene que ser uno, y por tanto el cuadrado de la longitud de este vector tiene que ser uno. En otras palabras, el vector de estado debe tener longitud uno.

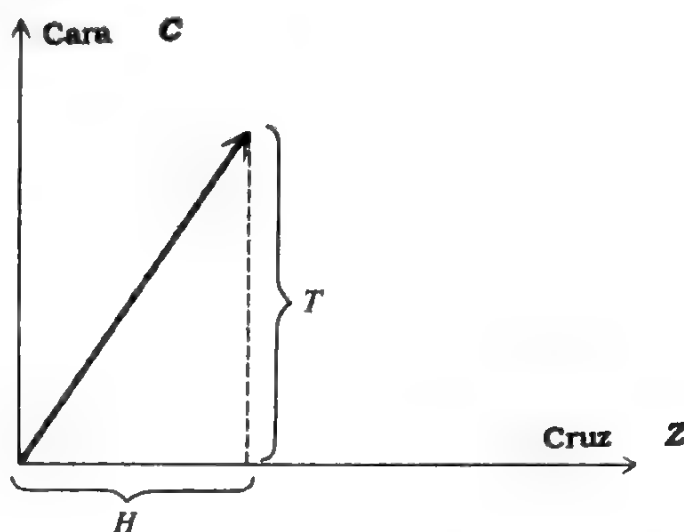


Figura 1. Una moneda como ejemplo de un simple sistema de mecánica cuántica. Probabilidad de cara =  $C^2$ , probabilidad de cruz =  $Z^2$ , así que  $C^2 + Z^2 = 1$ . La longitud del vector de estado es  $\sqrt{H^2 + T^2} = 1$ .

Así que en mecánica cuántica un sistema se describe por un vector de longitud uno, y las probabilidades de que un experimento dé diferentes resultados se describen por los cuadrados de los componentes de ese vector. La diná-



mica del sistema 'se describe luego mediante una regla para la rotación del vector con el tiempo. La regla que dice que en un instante el vector rota cierta cantidad es la prescripción dinámica del sistema. De paso, es siempre una prescripción determinista. El vector de estado evoluciona en forma determinista y el indeterminismo sólo surge cuando se trata de medir en qué estado se encuentra la moneda.

De eso se trata la mecánica cuántica. Desde luego, es un poco más complicada cuando se aplica a sistemas reales. Por ejemplo, aun una moneda tiene una posición y así el vector de estado vive en un espacio mucho más vasto: hay una dirección en el espacio para cada posición posible que la moneda debería ocupar, y cuando se mide su posición se obtiene un resultado que está en una posición particular con una probabilidad que es el cuadrado de ese componente del vector de estado. Además éstos son espacios complejos, no espacios reales, así que estamos hablando de espacios complejos de infinitas dimensiones. Pero este ejemplo sirve para mi exposición.

Ahora bien, ¿sobrevivirá la mecánica cuántica en una futura teoría final de la física? Sospecho que sí, en parte por el enorme éxito que ha tenido en los últimos sesenta años, pero más aun por la sensación de inevitabilidad que nos da la mecánica cuántica. Es muy interesante: aunque uno lea en la literatura física acerca de esfuerzos por verificar cuantitativamente teorías bien establecidas como la relativ-



dad general o la teoría electrodébil o la teoría de las interacciones fuertes, rara vez leemos sobre esfuerzos para realizar verificaciones cuantitativas de la mecánica cuántica.\* La razón es que para verificar cuantitativamente una teoría hay que tener una teoría más general de la cual la teoría que verificamos sea un caso especial. Luego podemos preguntar qué predice la teoría general y ver si las observaciones concuerdan con estas predicciones más generales, o con las predicciones específicas de la teoría particular que nos interesa. Podemos hacer generalizaciones sobre la relatividad general o la teoría electrodébil. Estas generalizaciones no son demasiado atractivas, lo cual es una de las razones por las que creemos en la relatividad general y la teoría electrodébil, pero aun así son útiles como hombres de paja que podemos derribar en nuestros esfuerzos por verificar la relatividad general o la teoría electrodébil.

No conozco ninguna generalización de la mecánica cuántica que tenga sentido. Es decir, no conozco ninguna teoría más amplia y lógicamente coherente donde la mecánica cuántica aparezca como un caso específico. Lo que habi-

\* Hay verificaciones cuantitativas decisivas de la mecánica clásica, como por ejemplo los experimentos de Aspect sobre correlaciones de espín. Como señaló Bell, la mecánica clásica conduciría a una desigualdad en estas correlaciones, la cual se puede violar en mecánica cuántica. El hecho de que esta desigualdad se viole en estos experimentos demuestra que las reglas de la mecánica clásica se infringen en estos fenómenos, pero sólo sirve para verificar la mecánica cuántica con una precisión del 1%.



tualmente falla cuando se trata de generalizar la mecánica cuántica es que o bien las probabilidades no suman uno o se tienen algunas probabilidades negativas. Creo que sería útil, aunque no lo creyéramos, generalizar la mecánica cuántica para que los experimentadores tuvieran algo de qué ocuparse. Quizá sea imposible, en cuyo caso tendrán ustedes que aceptar que la mecánica cuántica obtiene un altísimo puntaje en materia de inevitabilidad.

Pero la mecánica cuántica no es suficiente. La mecánica cuántica no es una teoría dinámica. Es un escenario vacío. Hay que añadir los actores: hay que especificar el espacio de las configuraciones, un espacio complejo de dimensiones infinitas y las reglas dinámicas acerca de cómo el vector de estado rota en este espacio con el transcurso del tiempo.

Cada vez más muchos de nosotros pensamos que el elemento faltante que se debe añadir a la mecánica cuántica es un principio — o varios principios— de simetría. Un principio de simetría es una afirmación de que hay varias maneras de cambiar el modo de mirar la naturaleza, las cuales cambian la dirección en que apunta el vector de estado, pero que no cambian las reglas que rigen cómo el vector de estado rota con el tiempo. El conjunto de todos estos cambios de punto de vista se llama grupo de simetría de la naturaleza. Es cada vez más claro que el grupo de simetría de la naturaleza es lo más profundo que hoy comprendemos acerca de la naturaleza. Me gustaría sugerir algo acer-

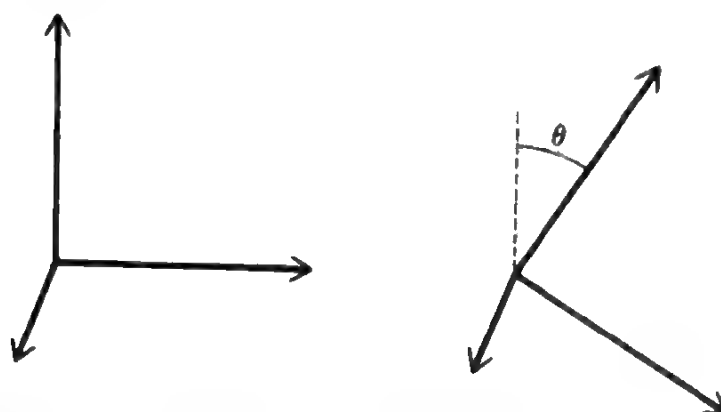
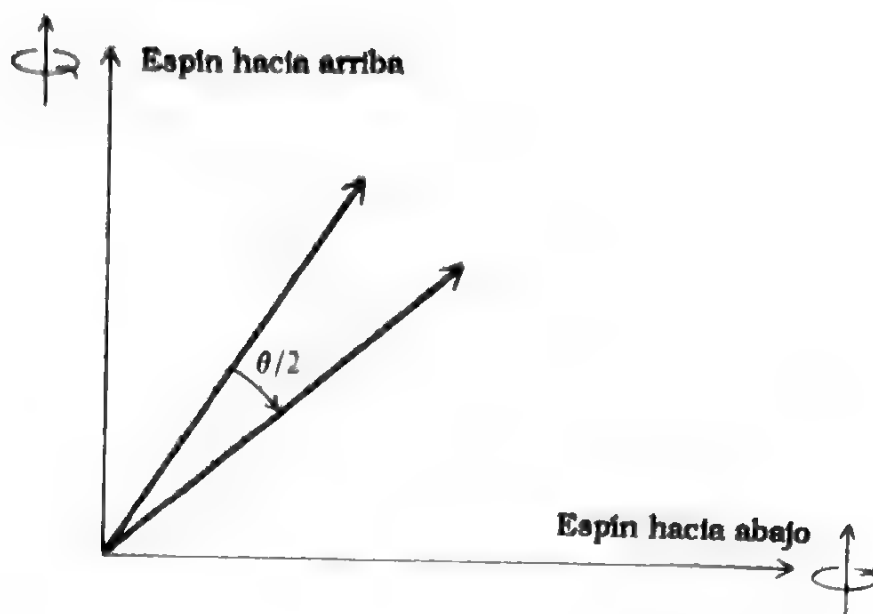
ca de lo cual no estoy seguro, pero que es al menos una posibilidad: que especificar el grupo de simetría de la naturaleza quizá sea todo lo que necesitamos decir sobre el mundo físico, más allá de los principios de la mecánica cuántica.

El paradigma para las simetrías de la naturaleza es desde luego el grupo de simetrías de espacio y tiempo. Estas simetrías nos indican que a las leyes de la naturaleza no les importa cómo orientemos nuestro laboratorio, ni dónde situemos nuestro laboratorio, ni cómo pongamos los relojes ni la velocidad a que se mueve el laboratorio.

Por ejemplo, examinemos la simetría de rotación (o invariancia de rotación). Este principio de simetría establece que no importa cómo orientemos el laboratorio. Para ver cómo funciona esto, usemos, en vez de nuestra moneda, algo similar, un electrón. Al igual que en la moneda, ignoraremos el movimiento del electrón y sólo tendremos en cuenta su "espín", el giro de la partícula sobre un eje. Uno de los hechos peculiares de la mecánica cuántica es que el espacio de configuraciones del espín de un electrón es muy simple. Es un espacio bidimensional, al igual que el de la moneda (véase la Figura 2). A lo largo de cualquier eje en el espacio, digamos el eje vertical, el espín del electrón puede ser hacia *arriba*, que significa que el electrón gira en sentido contrario al reloj en la dirección vertical, o hacia *abajo*, que significa que el electrón gira en el sentido del reloj en la dirección verti-

cal. Una vez más el espacio tiene dos direcciones, pero se llaman "espín hacia arriba" y "espín hacia abajo" en vez de cara y cruz. Si el vector de estado del espín del electrón está a lo largo de la dirección *arriba*, el espín del electrón va hacia arriba, y si el vector de estado está a lo largo de la dirección *abajo* el espín va hacia abajo. Sin embargo, podría estar en una parte intermedia. (Por ejemplo, si sabemos que el electrón gira en el sentido del reloj alrededor de un eje horizontal, el estado está representado en nuestro espacio de espín hacia arriba/espín hacia abajo por una dirección intermedia entre los ejes del espín hacia arriba y el espín hacia abajo, que se corresponden con el espín hacia arriba y el espín hacia abajo medidos en dirección vertical.) Ahora bien, si cambiamos la orientación del laboratorio mediante la rotación, alejándolo de la dirección vertical con un ángulo  $\theta$  (imaginemos el vuelco de toda la habitación), el vector de estado cambia. Rota por un ángulo  $\theta/2$ , lo cual es una consecuencia matemática del hecho de que el electrón tenga impulso —cantidad de movimiento— angular (o espín) medio, en unidades de la constante de Planck. Pero aunque el vector de estado cambie, las reglas que rigen las variaciones del vector de estado en el tiempo no cambian. A eso nos referimos al decir que la invariancia de rotación es una simetría de la naturaleza.





**Figura 2.** El efecto de la rotación en el espín de un electrón.

Hay muchas otras simetrías que no se relacionan con el espacio y el tiempo, las llamadas simetrías internas. La conservación de la carga eléctrica es consecuencia de una de esas simetrías, la cual los físicos denominan invariancia

de calibración. Algunas de estas simetrías se rompen. Una simetría rota, aunque es una simetría de las ecuaciones finales subyacentes, no es una simetría de las soluciones de las ecuaciones que corresponden a los estados físicos observables. Mi propio trabajo se ha relacionado mucho con las simetrías rotas, pero no las abordaré en este comentario.

Ahora está claro, creo, que cualquier principio de simetría es un principio de simplicidad. A fin de cuentas, si las leyes de la naturaleza dependieran de cómo orientamos el laboratorio, como se pensaba en tiempos de Aristóteles, desde luego tendrían que contener alguna referencia a la orientación del laboratorio respecto de algo más, y eso sería una complicación e incluso una complicación desagradable. Al no tener ninguna referencia a la orientación del laboratorio, las leyes de la naturaleza son más simples. No obstante, a primera vista, uno podría pensar que, aun dada la mecánica cuántica y gran cantidad de principios simplificadores de simetría, se podría inventar gran cantidad de feas teorías que fueran compatibles con todas las simetrías y con la mecánica cuántica.

Creo que hay dos razones para ser más optimista. La primera es que una de las simetrías que necesitamos parece ser casi incoherente con la mecánica cuántica. La simetría conocida como invariancia de Lorentz, que formaba parte de la relatividad especial desarrollada por Einstein en 1905, nos dice que las leyes de la naturaleza no dependen del movimiento del labora-





torio, mientras el movimiento sea uniforme y se describa de la manera como Einstein lo describió. Esta simetría es casi incompatible con la mecánica cuántica, así que la combinación de ambas plantea tremendos constreñimientos a la forma de cualquier clase de teoría dinámica. Por ejemplo, ahora sabemos que en una teoría de ese tipo, para cada especie de partícula tiene que haber una especie similar de antipartícula que posea la misma masa y espín pero carga eléctrica opuesta. Hay un electrón, de modo que debe haber un antielectrón o positrón, una partícula descubierta en 1932. Hay un protón, así que debe haber un antiprotón, una partícula descubierta experimentalmente en 1955. Desde luego, éste fue uno de los mayores éxitos de Dirac. En su teoría de 1928-30, cuando trataba de conciliar la mecánica cuántica con la relatividad especial, Dirac descubrió que la antimateria era inevitable. Hay otras consecuencias similares procedentes de combinar la relatividad con la mecánica cuántica que son inevitables, y se relacionan con la conducta de las partículas cuando ponemos varias de ellas en el mismo estado. Muchos de ustedes recordarán que Richard Feynman, en la primera de estas conferencias, demostró que la mecánica cuántica y la relatividad juntas son suficientes, no sólo para deducir la existencia de la antimateria, sino también para inferir la conducta de las partículas cuando varias están en el mismo estado (la conexión espín-estadística).

Más generalmente, aunque no es un teore-



ma, se cree que es imposible conciliar la mecánica cuántica con la relatividad, excepto en el contexto de una teoría de campo cuántico. Una teoría de campo cuántico es una teoría donde los ingredientes fundamentales son campos y no partículas; las partículas son pequeños bultos de energía en el campo. Hay un campo de electrones, hay un campo de fotones y demás, uno por cada partícula realmente elemental.

Hay otra razón para creer que las simetrías son fundamentales, y posiblemente todo lo que se necesita aprender sobre el mundo físico más allá de la mecánica cuántica. Pensemos ahora cómo se describe una partícula elemental. ¿Cómo se distingue una partícula elemental de otra? Bien, hay que dar su energía y su impulso, y luego su carga eléctrica, su espín y algunos otros números que conocemos. Si damos esos números, es todo lo que podemos decir sobre una partícula elemental; un electrón con valores dados de energía, impulso, etc, es idéntico a todo otro electrón con esos valores. (En este sentido las partículas elementales son muy aburridas, una de las razones por las cuales nos interesan tanto.) Ahora bien, estos números, la energía, el impulso y demás, son meras descripciones del modo en que se comportan las partículas cuando realizamos varias transformaciones de simetría. Por ejemplo, ya he dicho que cuando rotamos nuestro laboratorio el vector de estado de un electrón rota medio ángulo; esa propiedad se describe diciendo que el electrón es una partícula de medio espín. De

manera similar, aunque quizá no resulte obvio para todos ustedes, la energía de la partícula indica cómo cambia el vector de estado de la partícula cuando cambiamos el modo de poner el reloj, el impulso de la partícula nos dice cómo cambiamos el vector de estado cuando cambiamos la posición de nuestro laboratorio, etcétera. Desde este punto de vista, en el nivel más profundo, sólo hallamos simetrías y respuestas a las simetrías. La materia misma se disuelve, y el universo mismo se revela como una gran representación reductible del grupo de simetría de la naturaleza.

Aun así, todavía estamos a gran distancia de nuestra meta de un conjunto final de leyes subyacentes de la naturaleza. Aun suponiendo que conociéramos las simetrías finales y que creáramos en la mecánica cuántica, y que creáramos que la unión sólo puede cobrar la forma de una teoría de campo cuántico, a lo sumo tenemos un marco con un número infinito de constantes que todavía se deben determinar.

Trataré de explicarlo en el contexto de un universo mítico donde las únicas partículas son las que Dirac examinó en su gran trabajo, el electrón y el fotón. Examinemos la siguiente ecuación:

$$\mathcal{L} = -\bar{\psi} \left( \gamma^\mu \frac{\partial}{\partial x^\mu} + m \right) \psi$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{1}{4} \left( \frac{\partial A_\nu}{\partial x^\mu} - \frac{\partial A_\mu}{\partial x^\nu} \right)^2 \\
& + ie A_\mu \bar{\psi} \gamma^\mu \psi \\
& - m \left( \frac{\partial A_\nu}{\partial x^\mu} - \frac{\partial A_\mu}{\partial x^\nu} \right) \bar{\psi} \sigma^{\mu\nu} \psi \\
& - G \bar{\psi} \psi \bar{\psi} \psi + \dots
\end{aligned} \tag{1}$$

Quizá no signifique mucho para la mayoría de ustedes; por otra parte, significa mucho para algunos de ustedes. Afortunadamente casi todos los detalles son irrelevantes para lo que deseo señalar. Explicaré brevemente qué significan los símbolos.  $\mathcal{L}$  significa densidad de Lagrange; toscamente hablando, se la puede considerar la densidad de la energía. La energía es la cantidad que determina cómo el vector de estado rota con el tiempo, y éste es el papel que desempeña la densidad de Lagrange; nos indica cómo evoluciona el sistema. Se expresa como una suma de productos de campos y sus razones de cambio.  $\psi$  es el campo del electrón (una función de la posición espaciotemporal  $x$ ), y  $m$  es la masa del electrón.  $\partial/\partial x^\mu$  significa la tasa de cambio del campo con la posición.  $\gamma^\mu$  y  $\sigma^{\mu\nu}$  son matrices sobre las cuales no diré nada, excepto que las matrices  $\gamma^\mu$  se llaman matrices de Dirac.  $A_\mu$  es el campo del fotón, llamado campo electromagnético.

Mirando en orden cada término de la dere-

cha de la ecuación, el primer término involucra dos veces el campo de electrones, el término siguiente involucra dos veces el campo de fotones porque el paréntesis está elevado al cuadrado, el tercero y cuarto término involucran dos campos de electrones y un campo de fotones, y el quinto término involucra cuatro campos de electrones, etcétera. Las simetrías de la electrodinámica cuántica nos dan reglas bien definidas para la construcción de los términos en la densidad de Lagrange, pero se permite un número infinito de términos, con creciente cantidad de campos y también creciente cantidad de operadores derivativos que actúan sobre ellos. Cada término tiene una constante independiente, llamada constante de acoplamiento, que la multiplica. Estas son las cantidades  $e$ ,  $\mu$ ,  $G$ , ... de (1). La constante de acoplamiento da la fuerza con la cual el término afecta la dinámica. No aparecen constantes de acoplamiento en los dos primeros términos porque he escogido absorberlos en la definición de los dos campos  $\psi$  y  $A_\mu$ . Si hubiera una constante frente al primer término, por ejemplo, yo redefiniría  $\psi$  para absorberlo. Pero para todos los demás términos, infinito menos dos de ellos, hay una constante frente a cada término. En principio todas estas constantes están allí y son todas incógnitas. ¿Cómo demonios se gana dinero con semejante teoría?

Sin embargo, no es tan mala. Experimentalmente sabemos que la fórmula que abarca los tres primeros términos, dejando de lado to-

dos los términos más elevados, es adecuada para describir electrones y fotones con un fantástico nivel de precisión. Esta teoría se denomina electrodinámica cuántica.

Para demostrar en esta conferencia cuán precisa es la electrodinámica cuántica, busqué una cantidad ya medida, la fuerza del campo magnético del electrón. Podemos concebir el electrón como un imán pequeño y permanente, cuya fuerza como imán está dada por un número llamado el momento magnético del electrón. Es conveniente no darla en unidades de centímetro-gramo-segundo, sino en las unidades naturales. En estas unidades el valor uno es el valor que Dirac obtuvo originalmente para el momento magnético del electrón en 1928. Hay correcciones para ese valor, a causa de que el electrón está rodeado por una nube de fotones virtuales y pares de electrones-positrones que el electrón continuamente escupe y reabsorbe. Esto se ha calculado muchas veces. El primero en hacerlo fue Schwinger, creo, y más recientemente Kinoshita, en 1981. El resultado del cálculo de Kinoshita, junto con el valor experimental actual, se da en (2).

**Momento magnético del electrón:**

**Cálculo de Kinoshita:**

$1,00115965246 \pm 0,00000000020$

**Mejor valor experimental:**

$1,00115965221 \pm 0,00000000003. (2)$

El acuerdo entre ambos no está mal, como creo que ustedes convendrán. La mayor parte de la incertidumbre del valor teórico proviene de la incertidumbre del valor de la carga eléctrica del electrón, es decir, de una incertidumbre en la constante  $e$  de (1). Así, aunque en principio la densidad de Lagrange de los fotones y electrones podría ser infinitamente complicada, en la práctica sólo parecen importar los tres primeros términos.

Muchos solíamos pensar que sabíamos por qué la conducta de los electrones y fotones se describe con sólo los tres primeros términos de (1). Este argumento se remite a trabajos realizados por Heisenberg en la década de 1930 y hasta hace cinco o seis años yo lo habría esgrimido sin reservas. El argumento se basa en el análisis dimensional, es decir, en el examen de las unidades o "dimensiones" de las cantidades físicas. Trabajaré con un sistema de unidades llamadas unidades físicas, en el cual la constante de Planck y la velocidad de la luz se fijan como iguales a uno. Con estas opciones, la masa es la única unidad restante; podemos expresar la dimensión de cualquier cantidad como una potencia de la masa. Por ejemplo, una distancia o tiempo se puede expresar como tantos gramos inversos. Un corte transversal, que normalmente sería una longitud al cuadrado, se da con términos de tantos gramos inversos al cuadrado. De hecho, en las unidades naturales, la mayoría de los observables como los cortes transversales y los momentos magnéticos tie-

nen unidades que son potencias negativas de la masa. Ahora bien, supongamos primero que todas las interacciones tienen constantes de acoplamiento que son números puros, como la constante  $e$  del tercer término de (1). (En unidades físicas,  $e$  se aproxima bastante al valor  $\sqrt{4\pi/137}$ , y no importa qué sistema de unidades se use para la masa.) Supongamos que todas las constantes de acoplamiento no tuvieran unidades, que fueran números puros como  $e$ . Entonces sería fácil deducir qué aporte obtiene un observable de su nube de fotones virtuales y pares de electrones-positrones en una energía muy elevada  $E$ . Supongamos que un observable  $\mathcal{O}$  tiene dimensiones  $[\text{masa}]^{-\alpha}$ , donde  $\alpha$  es positivo. (Desde luego, como la velocidad de la luz es uno en estas unidades naturales, la masa y la energía son esencialmente la misma cantidad.) Ahora bien, a muy alta energía de partículas virtuales,  $E$ , mucho más alta que cualquier masa, o cualquier energía de una partícula en el estado inicial o final, no hay nada para fijar una unidad de energía. El aporte de las partículas virtuales de alta energía al observable  $\mathcal{O}$  debe recibir un integral como

$$\mathcal{O} = \int^{\infty} \frac{dE}{E^{\alpha+1}} \quad (3)$$

porque ésta es la única cantidad que tiene las dimensiones apropiadas, las unidades correc-



tas, para dar al observable  $\mathcal{O}$ . (El término inferior del integral es una energía finita que indica la línea divisoria entre lo que llamamos alta y baja energía.) Este argumento sólo funciona porque no hay otras cantidades en la teoría que posean las unidades de masa o energía. Todos los físicos esgrimen este argumento de cuando en cuando, especialmente cuando no se les ocurre otra cosa que hacer.

Por otra parte, supongamos que hay otras constantes que tengan unidades de masa elevadas a una potencia negativa. Si uno tiene una expresión que involucre una constante  $C_1$  con unidades  $[\text{masa}]^{-\beta_1}$ , y otra constante  $C_2$  con unidades  $[\text{masa}]^{-\beta_2}$  y así sucesivamente, en vez de la simple respuesta anterior obtenemos una suma de términos como

$$\mathcal{O} = C_1 C_2 \cdots \int^{\infty} \frac{E^{\beta_1 + \beta_2 + \cdots}}{E^{\alpha+1}} dE \quad (4)$$

de nuevo porque éstas son las únicas cantidades que tienen las unidades correctas para el observable  $\mathcal{O}$ . La expresión (3) está perfectamente definida, la integral converge (y no suma infinito), mientras el número  $\alpha$  sea mayor que cero. Sin embargo, si  $\beta_1 + \beta_2 + \cdots$  es mayor que  $\alpha$ , (4) no estará bien definida, porque el numerador tendrá más potencias de energía que el denominador y así la integral divergirá. Lo importante es que, al margen de cuántas poten-



cias de energía haya en el denominador, es decir, al margen de cuán grande sea  $\alpha$ , (4) eventualmente divergirá cuando se llegue a un orden suficientemente alto en las constantes de acoplamiento,  $C_1$ ,  $C_2$ , etc., que tienen dimensiones de potencias negativas de masa, porque si uno tiene bastantes de estas constantes, eventualmente  $\beta_1 + \dots$  es mayor que  $\alpha$ .

Mirando la densidad de Lagrange de (1), podemos deducir fácilmente cuáles son las unidades de la constante  $e$ ,  $\mu$ ,  $G$ , etc. Todos los términos de la densidad de Lagrange tienen unidades  $[\text{masa}]^4$ , porque la longitud y el tiempo tienen unidades de masa inversa y la densidad de Lagrange integrada en el espaciotiempo no debe tener unidades. Por el término  $m\psi\psi$ , vemos que el campo de electrones debe tener unidades  $[\text{masa}]^{3/2}$ , porque  $3/2 + 3/2 + 1 = 4$ . El operador derivativo (el operador de la tasa de cambio) tiene unidades de  $[\text{masa}]^1$ , así que el campo de fotones también tiene unidades de  $[\text{masa}]^1$ . Ahora podemos deducir las unidades de las constantes de acoplamiento. Como dije antes, la carga eléctrica resulta ser un número puro, y no tiene unidades. Pero entonces, cuando sumamos cada vez más potencias de campo, cada vez más derivativos, añadimos cada vez más cantidades que tienen unidades de potencias positivas de masa, y como la densidad de Lagrange debe tener unidades fijas de  $[\text{masa}]^4$ , las dimensiones de masa de las constantes de acoplamiento asociadas deben ser cada vez más bajas, hasta que eventualmente lleguemos a constantes como  $\mu$  y

$G$ , que tienen unidades negativas de masa. (Específicamente,  $\mu$  tiene las unidades de  $[\text{masa}]^{-1}$ , mientras  $G$  tiene las unidades  $[\text{masa}]^{-2}$ .) Esos términos de (1) estropearían completamente la concordancia entre teoría y experimento para el momento magnético del electrón, así que experimentalmente podemos decir que no respetan un fantástico orden de precisión. Durante muchos años pareció que esto se podía explicar diciendo que esos términos se debían excluir porque darían resultados infinitos, como en (4).

Desde luego, eso es exactamente lo que buscamos: un marco teórico basado en la mecánica cuántica y unos pocos principios de simetría, donde el principio dinámico específico, el de Lagrange, sea matemáticamente coherente sólo si cobra una forma particular. En definitiva, queremos tener la sensación de que "no pudo haber sido de ninguna otra manera".

Aunque las teorías como la electrodinámica cuántica han tenido mucho éxito, hay varias razones para no estar tan impresionado con ese éxito en la actualidad. Pero antes explicaré hasta dónde ha llegado el éxito. Describí el éxito que tuvo la electrodinámica cuántica en la teoría de los fotones y electrones, como demuestra el ejemplo del momento magnético del electrón. En la década de 1960 estas ideas se aplicaron a las interacciones débiles de las partículas nucleares con un éxito que se volvió cada vez más manifiesto experimentalmente durante la década de 1970. En esta década las mismas ideas se aplicaron a las interacciones fuertes de las

partículas elementales, con resultados tan bellos que en general se aceptaban sin siquiera una verificación experimental, aunque desde entonces hubo cada vez más verificaciones experimentales. Hoy tenemos una teoría basada en una densidad de Lagrange como la de (1). De hecho, si insertamos algunos índices en los campos para que haya muchos campos de cada tipo, los tres primeros términos de (1) nos dan el llamado modelo estándar, es decir, la teoría de interacciones fuertes, débiles y electromagnéticas que utilizamos hoy. Es una teoría que parece capaz de describir toda la física que es accesible mediante el uso de los aceleradores actuales.

Pero estamos insatisfechos. Acabo de mostrar que, en general, las teorías sólo pueden tener un número finito de parámetros libres, es decir, en estas teorías hay a lo sumo un número finito de constantes que serán números puros como  $e$ , porque si uno trata de complicar la interacción siempre introduce potencias negativas de masa en las constantes de acoplamiento. Una razón por la que estamos insatisfechos es que el número finito de parámetros libres es bastante grande. En el modelo estándar que mencioné antes, a lo sumo, suponiendo que no se descubran partículas nuevas aparte de las que ya conocemos y son teóricamente necesarias, hay diecisiete parámetros libres que se deben escoger "tan sólo" para que la teoría concuerde con el experimento. Bien, diecisiete no es tanto si tenemos en cuenta que esto va a



describir toda la física actualmente accesible en nuestros laboratorios. Sin embargo, es mucho más de lo que esperaríamos en una teoría final. No podemos decir que es obvio que estos diecisiete parámetros deban tener esos valores que experimentalmente sabemos que tienen.

Hay otra razón para estar insatisfecho con el modelo estándar. Se relaciona con la gravedad. He mostrado que la condición que requerimos, para no tener infinitudes incontrollables cuando calculamos cantidades físicas, es que las constantes de acoplamiento que describen la fuerza de la interacción sean adimensionales; las unidades no deben ser una potencia negativa de masa. Ahora bien, la constante de Newton, la constante que describe la fuerza de la gravedad, no es adimensional. En unidades físicas, podemos decir que la constante de Newton es de  $10^{-10}$  gramos cuadrados inversos, una potencia negativa de masa. Por lo tanto, toda teoría de la gravedad que aluda a la constante de Newton conducirá a infinitudes, por el mismo argumento que esgrimimos antes. Muchos hemos intentado desarrollar una teoría de la gravedad que esté exenta de esas infinitudes, en la línea de la teoría de campo cuántico que ya se ha desarrollado para las interacciones débil, electromagnética y fuerte, pero al cabo de muchos años creo que debemos admitir nuestro fracaso. En la conferencia inaugural de 1980 Stephen Hawking describió un intento promisorio cuando ingresó en la cátedra que ahora ocupa, la cátedra que antes habían ocupado Dirac

y Newton. En esa conferencia abordó el mismo problema de gravedad cuántica y sugirió que había una simetría que se podía añadir, llamada supersimetría  $N = 8$ , que podría lograr que las infinitudes se cancelaran, y así conducir a una teoría finita. Hoy, como resultado de la labor de varios teóricos, se sabe que los argumentos que sugerían que la teoría de la supergravedad  $N = 8$  es finita en órdenes bajos de teoría de la perturbación, en realidad se descompone cuando llegamos a órdenes suficientemente altos de cálculo, creo que en el sexto orden o más arriba. Nadie ha demostrado que estas infinitudes aparezcan en esta teoría, porque los cálculos son demasiado difíciles, pero la mayoría de nosotros no profesamos el optimismo de pensar que esta teoría, con supersimetría o sin ella, conduzca a una teoría finita de la gravedad interactuando con todo lo demás. Empero, yo diría que el espíritu de la charla de Hawking, la búsqueda de una teoría matemáticamente coherente de todas las interacciones, es el mismo que me guía en mi charla de hoy.

La mayoría de los físicos teóricos de hoy hemos llegado al punto de vista de que el modelo estándar que tanto nos enorgullece, la teoría de campo cuántico de las interacciones débil, electromagnética y fuerte, no es más que una aproximación de baja energía a una teoría de campo mucho más profunda y muy diferente. Tenemos dos indicios de que la naturaleza revela simplicidades sólo en una energía que es mucho más alta que las energías que exploramos hoy. Uno



de estos indicios es el hecho de que, si proyectamos las constantes de acoplamiento de las interacciones electrodébil y fuerte hacia arriba en energía, desde las energías a las cuales las medimos actualmente, descubrimos que todas se unen, que todas se igualan, en una energía que es quince órdenes de magnitud mayor que la masa del protón ( $10^{15}$  GeV). También la constante de gravedad de Newton, que era el villano culpable de introducir infinitudes en las teorías de la gravedad, si se expresa en unidades físicas tiene el valor  $(10^{19} \text{ GeV})^{-2}$ . Ello sugiere que en las inmediaciones de  $10^{15}$  a  $10^{19}$  GeV, si pudiéramos realizar experimentos con energías tan altas, hallaríamos una imagen realmente simple donde todo estaría unificado, una imagen que incluso nos brindaría esa sensación de inevitabilidad que anhelamos.

Pero no podemos llegar a esa altura. Ningún experimento ni acelerador que la raza humana pueda obtener en el futuro cercano (por cierto, no dentro de nuestras vidas) producirá energías tan elevadas. Actualmente miramos a través de un abismo de doce a quince órdenes de magnitud, hacia una teoría final subyacente, casi sin ayuda de los experimentos.

Ahora bien, si sólo tenemos una aproximación de baja energía hacia una teoría final subyacente, una teoría que probablemente parecerá muy distinta del modelo estándar que hemos comentado, ¿por qué el modelo estándar funciona tan bien? Bien, la respuesta es muy simple, o al menos eso creemos. Es sólo que podemos



esperar que todas esas constantes que tienen unidades de potencia negativa de masa estén en el orden de las mismas potencias negativas de esta nueva y fundamental escala de energía. Mirando de nuevo (1), vemos que  $\mu$  tiene unidades  $[\text{masa}]^{-1}$ , así que esperamos que sea del orden de  $(10^{15}\text{--}10^{19} \text{ GeV})^{-1}$ . Análogamente,  $G$  tiene unidades  $[\text{masa}]^{-2}$ , así que esperamos que sea del orden de  $(10^{15}\text{--}10^{19} \text{ GeV})^{-2}$ , etcétera. Son números increíblemente pequeños y, por lo tanto, estas constantes no tienen efecto apreciable cuando se compara la teoría y el experimento en relación con algo como el momento magnético del electrón. En otras palabras, nuestras teorías existentes funcionan bien, lo cual nos da razones para sentirnos felices; pero también deberíamos estar tristes, porque el hecho de que funcionen tan bien nos da pocas garantías de que una teoría futura se les parezca. El modelo estándar funciona tan bien porque todos los términos que podrían cambiarle el aspecto son por naturaleza extremadamente pequeños. Se han realizado muchos experimentos tratando de encontrar efectos para esos términos diminutos. Hay efectos como el deterioro del protón y la masa del neutrino, que esperamos descubrir un día, pero hasta ahora nada se ha descubierto. Hasta ahora, no se ha descubierto ningún efecto —salvo la gravedad misma— que llegue a nosotros desde la escala de alta energía donde creemos que se oculta la verdad.

Eso me lleva a la teoría de cordeles. Los próximos diez minutos serán abrumadoramente

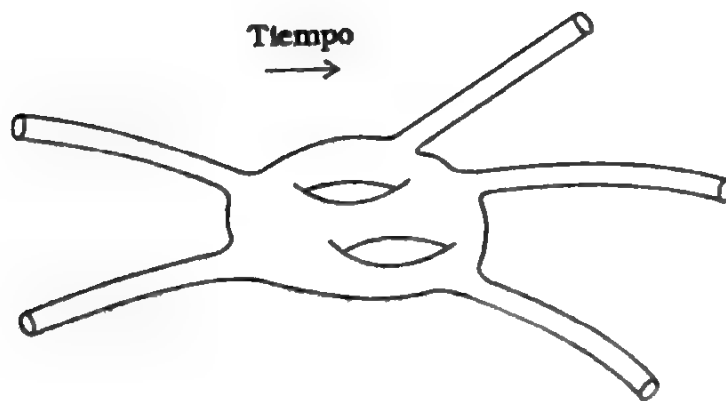
técnicos; pero prometo que los tecnicismos que no pueda expresar en lenguaje no técnico no durarán hasta el final de la charla.

En los dos últimos años, los físicos teóricos se han entusiasmado con la idea de que los componentes últimos de la naturaleza, cuando se mira la naturaleza en una escala de  $10^{15}$ – $10^{19}$  GeV, no son partículas ni campos sino "cordeles". Comentaré una sola clase de cordel porque quiero que la exposición se mantenga en el nivel más sencillo posible. Un cordel de esta clase es un pequeño rizo de discontinuidad en el espaciotiempo, una pequeña distorsión en el espaciotiempo que forma un rizo. Está bajo tensión y vibra (tal como un cordel) en un número infinito de modalidades. Reconocemos cada modalidad como una especie diferente de partícula. Hay una modalidad inferior, que es la partícula de masa inferior, luego una modalidad siguiente que es la partícula de masa siguiente, y así sucesivamente. Una interacción entre partículas se considera como la unión de estos rizos y luego su nueva separación. Ese acontecimiento se puede describir dando una superficie bidimensional en el espaciotiempo, simplemente porque el cordel, al moverse por el espacio, despliega una superficie bidimensional (un tubo) en el espaciotiempo. Toda reacción particular entre partículas se debe considerar en términos de la historia de una superficie bidimensional que sufre diversas escisiones y uniones, en el curso de las cuales absorbe esos rizos de cordel que estaban presentes en el estado



inicial y emite esos rizos de cordel presentes en el estado final. Por ejemplo, un proceso de diseminación donde dos partículas entran y tres partículas salen se describiría mediante una superficie bidimensional donde entran dos tubos largos (representando las partículas iniciales) y salen tres tubos largos (representando las partículas finales). En el ínterin, la superficie misma puede presentar una complicada topología (Figura 3).

La superficie se describe mediante una red de coordenadas. Como es bidimensional, un punto  $\sigma$  de la superficie se identifica especificando dos coordenadas que denominaré  $\sigma^1$  y  $\sigma^2$ . Luego hay que ser capaz de distinguir dónde está un punto del cordel en un momento particular. Para ello hay que disponer de una



*Figura 3.* Un diagrama correspondiente a un aporte a la diseminación de dos partículas en tres partículas.

regla que asocie cada punto de la superficie, especificado mediante  $\sigma = (\sigma^1, \sigma^2)$ , con un punto  $x^\mu$  en el espaciotiempo. Matemáticamente escribimos  $x^\mu = x^\mu(\sigma^1, \sigma^2)$ . También hay una métrica interna de la superficie que describe la geometría de la superficie. Así como en la relatividad general tetradimensional escribimos la métrica como una matriz dependiente de la posición  $g_{\alpha\beta}(\sigma)$ , aunque como tratamos con una superficie bidimensional los índices  $\alpha$  y  $\beta$  sólo alcanzan los valores uno y dos. La métrica indica cómo deducir la longitud entre dos puntos de la superficie: para dos puntos adyacentes de la superficie  $\sigma$  y  $\sigma + d\sigma$ , la longitud entre ambos está dada por  $ds = \sqrt{g_{\alpha\beta}(\sigma) d\sigma^\alpha d\sigma^\beta}$ .

Las reglas de la mecánica cuántica tal como las formuló Feynman nos indican que si queremos conocer la amplitud de probabilidad (la cantidad que se eleva al cuadrado para obtener la probabilidad de un determinado proceso de colisión), hay que tener un promedio sopesado de todos los modos posibles en que puede ocurrir ese proceso de colisión. En la teoría de cuerdas, esto significa que hay que sumar las historias de todas las superficies bidimensionales que podrían producir ese proceso de colisión particular. Ahora bien, cada historia se caracteriza por las dos funciones  $x^\mu = x^\mu(\sigma)$  y  $g_{\alpha\beta}(\sigma)$  descritas anteriormente. Para calcular la amplitud de probabilidad hay que evaluar una cantidad numérica  $I[x, g]$  para cada historia y luego sumar  $e^{-I[x, g]}$  para todas las superficies posibles. La cantidad  $I[x, g]$  se denomina acción, la

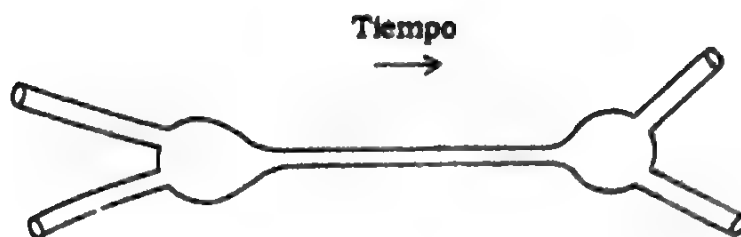
cual es una función de  $x^\mu = x^\mu(\sigma)$  y  $g_{\alpha\beta}(\sigma)$ , dada por\*:

$x^\mu = x^\mu(\sigma)$  and  $g_{\alpha\beta}(\sigma)$ , given by\*:

$$I[x, g] = \frac{1}{2} \int \sqrt{g(\sigma)} g^{\alpha\beta}(\sigma) \times \frac{\partial x^\mu(\sigma)}{\partial \sigma^\alpha} \frac{\partial x^\nu(\sigma)}{\partial \sigma^\beta} d^2\sigma. \quad (5)$$

Una razón para que esto cause tanto entusiasmo es que estas teorías, por primera vez, nos brindan una teoría de la gravedad que está libre de las infinitudes que aparecían en todos los intentos anteriores de describir la gravedad. En cierto sentido la gravedad se descubrió en estas teorías. (Aunque sé, desde luego, que la gravedad se descubrió mucho antes de la teoría de cordeles.) Estas teorías se desarrollaron a fines de la década de 1960 y a principio de la de 1970 como un modo de comprender la interacción fuerte de las partículas nucleares. Pronto se descubrió que las superficies donde había tubos largos y delgados (Figura 4) daban el resultado de que, entre las partículas iniciales y finales, se transmitía una pulsación de radiación que correspondía a una partícula sin masa de espín dos. (Las partículas sin masa son sim-

\* En realidad hay otro término en la acción, que simplemente sirve para fijar la escala relativa de diferentes órdenes de la teoría de la perturbación.



**Figura 4.** Una intersección de cordeles que involucra la emisión y reabsorción de una partícula sin masa de espín dos.

plemente partículas que viajan a la velocidad de la luz y espín dos recibe las mismas unidades que el electrón de espín medio.) Ahora bien, en ese momento esa partícula era embarazosa. Se sabía que el cuanto de radiación gravitatoria, el gravitón, tiene esas propiedades, pero a fines de la década de 1960 las teorías del cordel debían encarar las fuerzas nucleares fuertes, no la gravedad. En realidad, este bochorno contribuyó al eclipse de las teorías del cordel a principios de la década de 1970.

En 1974 Scherk y Schwarz sugirieron que las teorías del cordel se debían ver como teorías de la gravedad, pero nadie los tomó en serio. Sólo en los últimos años, como resultado de la labor de Green, Gross, Polyakov, Schwarz, Witten y otros (incluidos muchos colaboradores jóvenes), los físicos han comenzado a sospechar que la teoría de cordeles es muy buena candidata para las leyes finales de la física en la escala definitiva de  $10^{15}$ – $10^{19}$  GeV.

Tal vez ustedes crean que esta perspectiva no es demasiado atractiva. A fin de cuentas, para describir la teoría tuve que incluir una acción. Esta acción es la integral de una densidad de Lagrange: la expresión bajo la cual está el signo integral en (5) es la densidad de energía, como la que anoté para la electrodinámica cuántica en (1). Ustedes pueden preguntarse: "¿Quién pidió eso? ¿Quién dijo que es la teoría correcta del mundo? Tal vez se sepa experimentalmente que así se comportan los cordeles, pero ¿y qué? ¿Qué tiene que ver eso con distorsiones elementales en el espaciotiempo? ¿Por qué no una cantidad infinita de otros términos? ¿Por qué cordeles?"

Esta teoría es racionalmente explicable en función de sus simetrías de una manera que no es inmediatamente obvia. La acción (5) tiene varias simetrías. A causa de la introducción de la métrica, al igual que en la relatividad general, hay una simetría cuando cambian la definición de las coordenadas,  $\sigma \rightarrow \sigma'(\sigma)$ . También hay una simetría que es un poco menos obvia y sólo es verdadera en dos dimensiones. Es una simetría bajo un cambio en la escala de longitud local, llamada transformación Weyl, en la cual multiplicamos la métrica por una función arbitraria de posición, es decir,  $g_{\alpha\beta}(\sigma) \rightarrow f(\sigma) g_{\alpha\beta}(\sigma)$ . Y finalmente está la obvia simetría de las transformaciones Lorentz,  $x^\mu \rightarrow \Lambda^\mu_\nu x^\nu + a^\mu$ . Las dos primeras de estas simetrías parecen ser indispensables para la teoría. Sin ellas, encontramos que al tratar de calcular las sumas de todas las

superficies, los resultados no tienen sentido. Sin estas dos simetrías, parece que se obtienen probabilidades negativas o las probabilidades no suman uno. De hecho, hay algunos efectos cuánticos muy sutiles que pueden romper las simetrías, y a menos que pongamos la mezcla correcta de coordenadas y también coordenadas de espín medio (que no he mencionado aquí), habrá anomalías cuánticas que arruinarán las simetrías. Pero, si tenemos cuidado, podemos lograr que las anomalías cuánticas se cancelen para que estas simetrías permanezcan y la suma de las historias de estas superficies tenga sentido.

Hay una bonita rama de la matemática, una de las más bonitas jamás inventadas, que trata precisamente sobre esas propiedades de las superficies bidimensionales que permanecen intactas tras transformaciones de coordenadas y de Weyl. Esta rama de la matemática se remonta a la obra de Riemann, en la primera parte del siglo diecinueve. Muchos de sus resultados clásicos ofrecen precisamente lo que necesitamos para comprender la física de cuerdas. Por ejemplo, para describir la topología de una superficie bidimensional arbitraria (en rigor, una superficie arbitraria orientada y cerrada), sólo necesitamos dar el número de "asas". Más aun, para un número dado de asas, sólo necesitamos describir la geometría hasta una coordenada o una transformación Weyl para especificar una cantidad finita de parámetros. Estos parámetros luego se deben integrar cuando

sumamos todas las historias de las superficies bidimensionales. La cantidad de parámetros es cero cuando no hay asas, dos para un asa, y  $6h - 6$  para  $h \geq 2$  asas.

Estos antiguos teoremas nos permiten calcular la suma de las historias de las superficies. Si las simetrías no estuvieran presentes, no podríamos efectuar los cálculos, y si pudiéramos quizá nos dieran resultados descabellados. Así que las simetrías parecen ser indispensables. Más aun (y esto es lo que verdaderamente importa), las simetrías determinan la acción. Esta acción, esta forma de la dinámica, es la única que guarda coherencia con estas simetrías. (Hay ciertas reservas\*, pero lo que digo se parece bastante a la verdad.) En otras palabras, no se puede sumar nada más. No hay otros términos posibles que guarden coherencia con estas simetrías. Creo que es la pri-

\* Hay media docena de teorías del cordel que guardan coherencia con las simetrías aquí enumeradas, difiriendo en los números de coordenadas de espaciotiempo  $x^\mu$  y variables de medio espín que aparecen en la acción. Lamentablemente, en todas ellas la cantidad de coordenadas de espaciotiempo es superior a cuatro. Un enfoque de este problema es suponer que las coordenadas adicionales están "comprimidas", enrolladas en un espacio compacto de muy pequeñas dimensiones. Sin embargo, esto no agota todas las posibilidades. Un enfoque más abarcador para buscar teorías posibles consiste en suponer una invariancia Lorentz sólo para las cuatro coordenadas espaciotemporales comunes, y permitir una canti-



mera vez que esto ocurre en una teoría dinámica: que las simetrías de la teoría hayan determinado completamente la estructura de la dinámica, es decir, hayan determinado completamente la cantidad que produce la razón de cambio del vector de estado en el tiempo. Creo que ésta es la principal razón del entusiasmo de algunos físicos. Esta teoría huele a inevitabilidad. Es una teoría que no se puede alterar sin estropearla; es decir, si tratamos de modificar esta teoría, introducir términos adicionales, cambiar algunas definiciones, se pierden las simetrías, y si se pierden las simetrías la teoría no tiene sentido. La suma de historias, la suma de superficies se desintegran y dan resultados disparatados. Por esta razón, al margen de que la teoría de cordeles incorpore la gravedad, creemos que tenemos más razones para el optimismo, en lo concerniente a las leyes finales de la naturaleza, de las que teníamos antes.

Los inventores de esta teoría, y los que como yo no somos inventores de la teoría pero intentamos desesperadamente mantenernos al corriente, ahora intentan aprender a resolver


---

dad arbitraria de coordenadas adicionales y variables de espín  $1/2$ . Los números de estos ingredientes y la forma de la acción se determinan luego por el requerimiento de que las otras simetrías (con cambios en coordenadas y transformaciones Weyl) se preserven a pesar de los efectos de las fluctuaciones cuánticas. Este programa acaba de comenzar; no sabemos si hay teorías satisfactorias y, en caso afirmativo, si involucran parámetros libres.



estas teorías para averiguar qué dicen con energías comunes y ver si concuerdan con el modelo estándar. Conviene que explique un detalle de esta labor. Dije que esta teoría no tiene parámetros libres, y no los tiene; no hay números libres. Pero eso es algo equívoco porque  $x^\mu$  es el vector de posición de un punto en el cordel, en unidades naturales de cordel. Si quisiéramos usar unidades como el centímetro, hay que introducir una constante en la ecuación (5). Esa constante es la llamada tensión de cordel; es el factor de conversión entre unidades de cordel y unidades métricas comunes. La tensión de cordel es el cuadrado de una energía cuyo valor estimamos (por nuestro conocimiento de la constante de gravedad de Newton) en  $10^{18}\text{GeV}$ , y ésta es la escala fundamental para la teoría de cordeles. Cuando digo "resolver la teoría de cordeles", me refiero a averiguar qué predicen estas teorías en energías muy inferiores a  $10^{18}\text{GeV}$ , donde realizamos nuestros experimentos. Hoy la meta es tratar de averiguar si la teoría predice el modelo estándar de las interacciones débil, electromagnética y fuerte. Si lo hace, la segunda pregunta es qué predice para los diecisiete o más parámetros del modelo estándar. ¿Nos dice directamente la masa del electrón, la masa del quark y demás? Si lo hace, allí estamos. Muchos apostamos lo más valioso que tenemos, el tiempo, a que esta teoría es tan bonita que sobrevivirá en las leyes finales y subyacentes de la física.

Ahora bien, desearía referirme brevemente



a la cuestión de qué queremos decir al aludir a la belleza de una teoría física. Al cerrar mi conferencia, me gustaría entablar un diálogo póstumo con el espíritu de Dirac, el cual, sospecho, no debe andar lejos de Cambridge. Una vez oí decir a Dirac, en una conferencia, ante un público que consistía principalmente en estudiantes, que los estudiantes de física no se debían preocupar demasiado por el significado de las ecuaciones físicas, sino sólo por la belleza de las ecuaciones. Los profesores presentes refunfuñaron ante la idea de que todos nuestros estudiantes decidieran imitar a Dirac. En parte concuerdo con Dirac, pero sólo en parte. La belleza es nuestra guía en física teórica, pero no buscamos la belleza de las ecuaciones impresas en un papel, sino la belleza de los principios, de su articulación. Queremos que los principios produzcan una sensación de inevitabilidad. No importa si las ecuaciones son más o menos bonitas. Por ejemplo, la teoría general de la relatividad de Einstein se caracteriza por un conjunto de ecuaciones diferenciales de segundo orden; también la teoría de la gravedad de Newton. Desde este punto de vista ambas son igualmente bonitas; en realidad, la teoría de Newton tiene menos ecuaciones, así que en ese sentido es más bonita. Pero la relatividad general de Einstein tiene mayor sensación de inevitabilidad. En la teoría de Einstein no hay manera de eludir una ley de cuadrado inverso en las condiciones en que se aplica una ley de cuadrado inverso, es decir en grandes distancias y a ba-

jas velocidades.\* No se puede modificar la teoría de Einstein e impedir una ley de cuadrado inverso en grandes distancias sin que todo se desmorone. En la teoría de Newton habría sido fácil obtener cualquier clase de potencia inversa que nos gustara, así que la teoría de Einstein es más bonita porque crea mayor sensación de rigidez o inevitabilidad.

No obstante, hay otro sentido en el cual estoy de acuerdo con Dirac. En física teórica avanzamos a tientas, a menudo sin saber precisamente qué principios tratamos de aplicar. Y sin saber cuáles son los principios, la belleza de la matemática es con frecuencia nuestra mejor guía. A menudo la belleza de la matemática sobrevive en la física aun cuando, con el paso del tiempo, los principios bajo los cuales se desarrolló no sean correctos. Por ejemplo, el gran trabajo de Dirac sobre la teoría del electrón fue un intento de unificar la mecánica cuántica y la relatividad especial dando una generalización relativista de la ecuación ondulatoria de Schrö-

\* Esto no es del todo cierto, porque hay un término, la constante cosmológica, que se podría añadir a la teoría de Einstein. Este término produce una fuerza que aumenta con la distancia. Si damos por sentado que este término es tan pequeño como para no interferir con nuestra comprensión de los cuerpos grandes, como la galaxia o todo el universo, entonces tendría un efecto mínimo en la escala del sistema solar. Sin embargo, se debe admitir que en la actualidad nadie sabe por qué el término constante cosmológica debe ser tan pequeño.

dinger. Creo que este punto de vista se ha abandonado.\* Actualmente se cree que no se puede unificar la relatividad especial y la mecánica cuántica, excepto en el contexto de la teoría de campo cuántico. (Una teoría de cordeles es una especie de teoría de campo cuántico.) Por lo tanto, los principios que seguía Dirac se han abandonado, pero su bonita ecuación se ha transformado en parte del instrumental de todo físico; sobrevive y sobrevivirá para siempre. No sé, desde luego, si Dirac pensaría que la matemática de la teoría de cordeles posee belleza su-

\* Por lo pronto, el enfoque de Dirac funciona bien sólo para partículas de espín  $1/2$ , como el electrón. Dirac entendía que era un éxito de su teoría que ella explicara *por qué* el electrón debe tener espín  $1/2$ . Desde luego, Dirac sabía que había otras partículas, como la partícula  $\alpha$ , que no tiene medio espín, y la única característica distintiva significativa del electrón es ser supuestamente más elemental, así que Dirac quizá quiso decir que todas las partículas *elementales* deben tener espín  $1/2$ . Pauli y Weisskopf desafiaron este punto de vista en un trabajo de 1934, en el que mostraban que era posible realizar una teoría cuántica relativista de las partículas de espín cero, pero es una teoría de campo cuántico, como la teoría cuántica de los campos electromagnéticos, no una versión relativista de la mecánica ondulatoria de Schrödinger. (En verdad, las partículas de espín cero, si están cargadas, tienen antipartículas definidas, y como son bosones las antipartículas no pueden ser consideradas como agujeros en un mar de partículas de energía negativa.) Hoy conocemos partículas como el bosón W y Z y posiblemente el bosón Higgs, que no tienen espín  $1/2$ , y parecen ser tan elementales como el electrón.

ficiente como para sobrevivir formando parte de las leyes finales de la física. Tal vez hubiera pensado que sí, tal vez que no, pero no creo que mirara nuestro intento con malos ojos.



Editorial Gedisa ofrece  
los siguientes títulos sobre

## **DIVULGACION CIENTIFICA**

pertenecientes a sus diferentes  
colecciones y series  
(Grupo "Ciencias Naturales y del Hombre")

- |  |   |
|--|---|
| <b>LAURENCE A. MARSCHALL</b>                 | <i>Historia de la supernova</i>                           |
| <b>J. BRIGGS Y F. D. PEAT</b>                | <i>Espejo y reflejo:<br/>del caos al orden</i>            |
| <b>R. L. FORWARD Y J. DAVIS</b>              | <i>Explorando el mundo<br/>de la antimateria</i>          |
| <b>S. ORTOLI Y J. KLEIN</b>                  | <i>Historia y leyendas de la<br/>superconductividad</i>   |
| <b>CHARLES F. LEVINTHAL</b>                  | <i>Mensajeros del paraíso</i>                             |
| <b>S. ICHTIAQUE RASOOL<br/>Y N. SKROTZKY</b> | <i>La Tierra, ese planeta<br/>diferente</i>               |
| <b>JEFF GOLDBERG</b>                         | <i>Las endorfinas</i>                                     |
| <b>MICHEL CLAESSENS</b>                      | <i>Los descubrimientos<br/>científicos contemporáneos</i> |
| <b>J. P. BRIGGS Y F. D. PEAT</b>             | <i>A través del maravilloso<br/>espejo del universo</i>   |
| <b>MICHAEL TALBOT</b>                        | <i>Más allá de la teoría<br/>cuántica</i>                 |







Editorial Gedisa ofrece  
los siguientes títulos de la  
**COLECCION**  
**LIMITES DE LA CIENCIA**

HEINZ R. PAGELS	<i>Los sueños de la razón</i>
JOËL DE ROSNAY	<i>La aventura del ser vivo</i>
ERVIN LASZLO	<i>La gran bifurcación</i>
RENÉ THOM	<i>Esbozo de una semiofísica</i>
I. BERNARD COHEN	<i>Revolución en la ciencia</i>
G. J. V. NOSSAL	<i>Los límites de la manipulación genética</i>
BRUNO VOLLMERT	<i>La molécula y la vida</i>
Y. NE'EMAN E Y. KIRSH	<i>Los cazadores de partículas</i>
MICHEL CROZON	<i>La materia prima</i>
LANGDON WINNER	<i>La ballena y el reactor</i>
JACQUES LABEYRIE	<i>El hombre y el clima</i>
CLIFFORD M. WILL	<i>¿Tenía razón Einstein?</i>
RENÉ THOM	<i>Estabilidad estructural y morfogénesis</i>
LUDOVICO GEYMONAT	<i>Límites actuales de la filosofía de la ciencia</i>
H. REEVES, M. CAZENAVE Y OTROS	<i>La sincronicidad</i>
MICHAEL DISNEY	<i>El universo oculto</i>
S. ORTOLI Y J. P. PHARABOD	<i>El cántico de la cuántica</i>
L. LESHAN Y H. MARGENAU	<i>El espacio de Einstein y el cielo de Van Gogh</i>











# R. P. Feynman y S. Weinberg

## LAS PARTICULAS ELEMENTALES Y LAS LEYES DE LA FISICA

Paul A.M. Dirac, uno de los más importantes físicos del siglo XX, murió en 1984. El St John's College, donde Dirac ejerció, organiza en su memoria conferencias anuales que se celebran en la Universidad de Cambridge. Las dos conferencias que aquí publicamos son exposiciones acerca de la composición de la antimateria y la unificación de la teoría cuántica y la relatividad.

Dirac predijo la existencia de la antimateria. Richard Feynman discute en su trabajo la realidad física presente en la predicción de Dirac. Steve Weinberg, por su parte, muestra cómo la teoría cuántica y la teoría de la relatividad restringen las leyes de la naturaleza y especula sobre la posibilidad de reconciliar la teoría de la gravitación de Einstein (1915) con la teoría cuántica.

Tanto Feynman como Weinberg han obtenido el premio Nobel de Física: el primero junto con S. Tomonaga y J. Schwinger, en 1965, por sus trabajos en electrodinámica cuántica; el segundo, en 1979 junto con S. Glashow y A. Salam por sus tareas sobre la unificación de las interacciones electromagnética y débil. Ambos son insig- nes divulgadores y han contribuido a difundir la física con sus artículos y libros.

**gedisa**  
editorial

  
Colección  
**LÍMITES**  
de la Ciencia

Código 6.023

